

Rapport de Stage

Participation à la préparation de la mission Darwin

Stage effectué à l'Institut d'Astrophysique Spatiale
(CNRS, Université Paris-Sud 11) sous la direction
de Bruno CHAZELAS

Jonathan FREUNDLICH

Juillet 2007

Résumé

La mission Darwin de l'Agence Spatiale Européenne, envisagée vers 2015, a pour objectifs principaux l'étude de planètes extrasolaires géantes et telluriques autour d'étoiles proches (environ 10 parsecs), afin d'analyser leur atmosphères et d'y détecter d'éventuelles bio-signatures. Cette mission repose sur le principe de l'interférométrie en frange noire, qui permet d'annuler le flux de l'étoile et de rendre visibles les planètes en orbite autour de celle-ci. La validation du principe passe par la démonstration, au sol, de l'obtention de forts contrastes, stables sur de longues périodes et c'est pourquoi le banc SYNAPSE (SYmmetric Nuller for Achromatic Phase Shifters Evaluation) a été mis en place en 2001 à l'Institut d'Astrophysique Spatiale.

On cherche à simuler l'observation d'une étoile grâce à un corps noir à $2000K$ sur le banc SYNAPSE, dont l'élément clé est un déphaseur de π , introduit pour annuler le flux de l'étoile et devant être achromatique dans la bande d'observation de Darwin, c'est-à-dire de 6 à $18\mu m$. Après une présentation du principe interférométrique utilisé pour la mission Darwin et des composants du banc SYNAPSE, nous nous intéressons en particulier aux déphaseurs achromatiques et à la méthode de dispersion des franges, qui permettrait de caractériser les déphaseurs. Enfin, si nous avons pu observer les franges d'interférence voulues en lumière monochromatique, il nous est apparu impossible, compte tenu des incertitudes sur les réglages, de faire de même en lumière polychromatique et de déceler la différence de marche nulle.

Abstract

The Darwin mission is a project of the *European Space Agency* that should allow around 2015 the search for extrasolar planets and a spectral analysis of their atmospheres, particularly to detect traces of life. The basic concept of the instrument is a Bracewell nulling interferometer, which allows to cancel the light coming from the star to enable the detection of the planets orbiting around the star. The validation of the concept involves ground experiments to obtain a high and stable contrast : it is for this reason that the *Institut d'Astrophysique Spatiale* build in 2001 the test bench SYNAPSE (SYmmetric Nuller for Achromatic Phase Shifters Evaluation).

We aim at simulating the observation of a star by means of a $2000K$ black body. Its key element is a π achromatic phase shifter to cancel the starlight and which has to be achromatic in the whole Darwin spectral band from 6 to $18\mu m$. After a presentation of Darwin interferometric principles and of the components of the SYNAPSE bench, we focus on achromatic phase shifters and on the fringe dispersion method to characterise these phase shifters. We could observe monochromatic interference patterns but, due to uncertainties on adjustment, failed to observe polychromatic ones and to detect the zero optical path difference position.

Table des matières

1	La Mission Darwin	5
1.1	Difficultés de la recherche d'exoplanètes	5
1.2	Le choix de l'infrarouge thermique	5
1.3	Principe de l'interférométrie annulante	6
2	Le banc SYNAPSE et les déphaseurs achromatiques	6
2.1	Objectif expérimental	6
2.2	Présentation du banc SYNAPSE	7
2.2.1	Les sources lumineuses	7
2.2.2	Le dispositif interférométrique	8
2.2.3	Système de détection	8
2.3	Caractérisation des déphaseurs achromatiques	9
2.3.1	Principe de la méthode de dispersion des franges	9
2.3.2	Sensibilité de la méthode aux différentes sources d'erreur	10
3	Obtention des franges d'interférence et recherche de la différence de marche nulle	10
3.1	Interférences en lumière infrarouge	10
3.2	Interférences en lumière blanche	11
3.3	Simulations numériques pour la recherche de la différence de marche nulle	11

Introduction

Épicure (341-270 avant notre ère), pour qui le monde est constitué d'atomes insécables qui s'unissent et se désunissent au gré du hasard, écrit dans sa lettre à Hérodoté :

« L'Univers est infini [...]. Ce n'est pas seulement le nombre des atomes, c'est celui des mondes qui est infini dans l'Univers. Il y a un nombre infini de mondes semblables au nôtre et un nombre infini de mondes différents. »

Dans *De Natura Rerum*, écrit au premier siècle avant notre ère, Lucrèce reprend cette idée :

« Si la même force, la même nature subsistent pour pouvoir rassembler en tous lieux ces éléments dans le même ordre qu'ils ont été rassemblés sur notre monde, il te faut avouer qu'il y a dans d'autres régions de l'espace d'autres terres que la nôtre, et des races d'hommes différentes, et d'autres espèces sauvages. »

Les questions du pluralisme des mondes, de la possibilité d'autres formes de vie, restent longtemps d'ordre métaphysique. Avec l'invention de la lunette astronomique, une multitude d'étoiles s'offrent aux yeux des scientifiques, qui peu à peu s'approprient ces questions, parallèlement au développement de l'étude de la vie. Aujourd'hui, des mesures indirectes ont permis de mettre en évidence l'existence de planètes en dehors du système solaire ; la mission Darwin de l'*Agence Spatiale Européenne*, envisagée vers 2015, a pour objectifs principaux l'étude de planètes extrasolaires géantes et telluriques autour d'étoiles proches (environ 10 parsecs), pour analyser leur atmosphères et y détecter d'éventuelles traces de vie.

Ce stage d'un mois m'a permis de participer à ce projet impressionnant, à m'immiscer dans la vie d'un laboratoire l'espace de quelques semaines, avec ses espoirs et ses déceptions. Mon travail expérimental sur le banc interférométrique SYNAPSE, qui reproduit le principe d'interférométrie en frange noire prévu pour Darwin, s'est doublé d'un travail théorique sur les déphaseurs achromatiques, qui permettent d'introduire un déphasage de π pour avoir une frange noire à la différence de marche nulle. La partie expérimentale s'est heurtée à des difficultés pratiques (corps noir défectueux, imprécision de certains réglages) qui expliquent l'importance qu'a pris le travail théorique lors de mon stage.

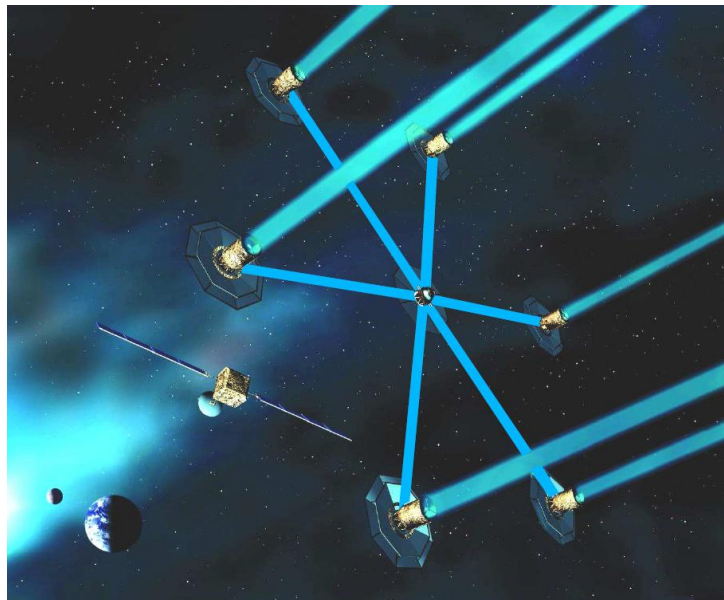


FIG. 1 – Vue d'artiste de la configuration de Lorraine à six télescopes du projet spatial Darwin (ESA). Chaque télescope pointe dans la direction du système étoile-planète ; les six faisceaux sont renvoyés vers le satellite de recombinaison central, qui assure également, avec le huitième satellite, le maintien de la configuration grâce à différents systèmes de métrologie. Ce dernier satellite est aussi chargé de la télémétrie avec la Terre.

1 La Mission Darwin

1.1 Difficultés de la recherche d'exoplanètes

Si les planètes ont été observées depuis l'antiquité, il a fallu attendre la fin du XIX^{ieme} siècle pour déceler les dernières planètes du système solaire. Pour les planètes extra-solaires, leur détection directe est extrêmement difficile, essentiellement du fait qu'il faut séparer le flux issu de la planète de celui de l'étoile. En effet, on cherche à observer un objet peu brillant proche d'un objet très brillant, ce qui pose un problème de contraste. Et cela d'autant plus que le bruit de photon intrinsèque à la mesure du flux de l'étoile est plus important que le flux de la planète, ce qui rend la détection impossible. Il est nécessaire de réduire l'écart de flux entre la planète et l'étoile pour pouvoir déceler la planète. Afin d'observer la planète, par analogie avec le système Terre-Soleil, il faut typiquement vaincre un contraste de 5.10^9 dans le visible et de 7.10^6 vers $10\mu m$.

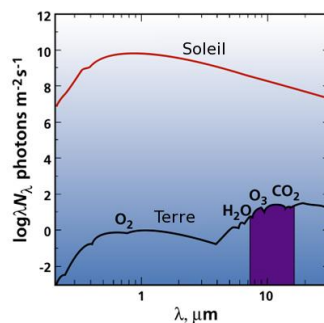


FIG. 2 – Comparaison entre le flux solaire et le flux en provenance de la Terre pour un observateur placé à 10 parsecs. (*Thèse Bruno Chazelas, p.13, d'après Beichman et al.*)

L'autre principale contrainte est la nécessité de séparer angulairement la planète de l'étoile autour de laquelle elle tourne. Pour observer une planète comme la Terre située à 10 parsecs, la résolution à atteindre est de 0.1 secondes d'arc. Le télescope étant limité par la diffraction au niveau de son ouverture, il faut un télescope de $1m$ dans le visible et de $20m$ dans l'infrarouge (la résolution angulaire d'un télescope est donnée par $1.2\lambda/d$ où λ est la longueur d'onde et d le diamètre de l'instrument optique), à moins d'utiliser un interféromètre. À ce jour, la détection des planètes extrasolaires se fait de manière indirecte ; le projet spatial Darwin a justement pour but une détection directe de ces planètes, grâce à un dispositif interférométrique.

1.2 Le choix de l'infrarouge thermique

La mission Darwin ayant pour but l'observation directe des planètes extrasolaires et la caractérisation de leurs atmosphères, le choix de la bande spectrale qu'il sera possible d'étudier est d'une grande importance. Ce choix tient essentiellement au contraste étoile-planète recherché, à la séparation angulaire envisageable et aux constituants atmosphériques qu'il sera possible de détecter. L'infrarouge thermique, et plus précisément la bande $6 - 18\mu m$ a été retenue pour la mission Darwin, principalement car le contraste étoile-planète est plus faible dans cette zone que dans le visible.

L'infrarouge thermique permet de déceler les principales bio-signatures : H_2O , CO_2 , O_3 . Plutôt que la signature directe de l'oxygène, on recherche celle de l'ozone qui est produit à partir du dioxygène en présence d'oxygène dans l'atmosphère et qui est particulièrement nette dans l'infrarouge thermique. Dans le visible, il aurait été possible d'utiliser O_2 , H_2O et CO_2 comme biosignatures. Néanmoins, l'infrarouge thermique permet de déceler d'autres composants atmosphériques (CH_4 , NO_2 , NH_3) et d'avoir une mesure de la température moyenne de l'atmosphère.

1.3 Principe de l'interférométrie annulante

L'interférométrie permet de résoudre le problème de la résolution spatiale. En 1978, Bracewell propose un interféromètre en frange noire pour « éteindre » le flux de l'étoile dans un rapport proche du contraste étoile-planète, ce qui permettrait d'observer l'étoile.

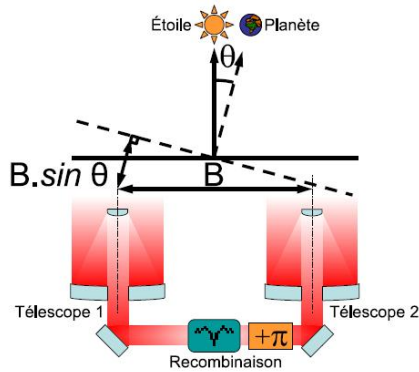


FIG. 3 – Principe de l'interférométrie en frange noire, inspirée de l'interféromètre de Bracewell. Les flux issus de deux télescopes sont recombinaison après un déphasage différentiel de π : la transmission dans l'axe de visée est nulle. (*Thèse Bruno Chazelas, p.16*)

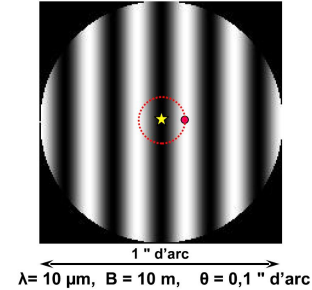


FIG. 4 – Carte de transmission de l'interféromètre de Bracewell, pour un écart angulaire de 0.1 seconde d'arc entre l'étoile et la planète, le système étant observé à la longueur d'onde $10\mu m$ avec un interféromètre de $10m$ de base. L'étoile est centrée sur la frange noire, où la transmission est nulle, tandis que la planète est placée sur la frange brillante adjacente, en ajustant la base de l'interféromètre. (*Thèse Bruno Chazelas, p.16*)

L'élément clé de ce système interférométrique est le déphaseur de π . L'application d'un tel dispositif à la recherche d'exoplanètes implique de disposer de déphaseurs achromatiques sur la bande spectrale étudiée, ce qui pose des difficultés technologiques.

2 Le banc SYNAPSE et les déphaseurs achromatiques

2.1 Objectif expérimental

Les difficultés technologiques de la mission Darwin exigent, avant une application spatiale, la validation de chacun des éléments de l'instrument, lors d'expériences préparatoires en laboratoire. La validation du principe de l'interférométrie en frange noire pour la mission Darwin passe par la démonstration, au sol, en laboratoire, de l'obtention de forts contrastes, stables sur de longues périodes. En effet, il est nécessaire d'obtenir et de maintenir un contraste élevé durant les temps d'intégration nécessaires pour permettre l'observation et la caractérisation des planètes autour de l'étoile visée. Ce n'est qu'après qu'il sera envisageable de transposer les expériences de laboratoire sur des satellites. L'Institut d'Astrophysique Spatiale d'Orsay a entrepris depuis 1995 le développement de bancs optiques d'interférométrie à haut contraste; le banc SYNAPSE (SYmmetric Nuller for Achromatic Phase Shifters Evaluation) a été mis en place en 2001 afin d'étudier différentes solutions de déphaseurs achromatiques. Il correspond à la configuration la plus simple pour un interféromètre de Bracewell, c'est-à-dire comportant deux télescopes et un satellite de recombinaison.

La partie expérimentale de ce stage a été effectuée sur le banc SYNAPSE. Celui-ci est situé dans une pièce séparée de la Station d'étalonnage de l'Institut d'Astrophysique Spatiale, salle blanche de classe 100000 (100000 particules de plus de $5\mu m$ de diamètre par pouce carré), où l'on étudie les réactions

d'instruments à l'environnement spatial. Les flux laminaires de classe 100 de la « salle des marbres », où se trouve le banc SYNAPSE, garantissent une très grande propreté des optiques. De plus, le banc SYNAPSE est installé sur un dispositif anti-vibratoire. La station d'étalonnage fait l'objet de consignes de propreté spécifiques (port d'une blouse, d'une charlotte et de chaussons) et l'utilisation de gaz comme l'azote et l'hélium pour le refroidissement de certains éléments, l'utilisation d'un laser infrarouge sur le banc SYNAPSE, nécessitent une certaine prudence (port de lunettes anti-infrarouge) et l'attention aux voyants lumineux (un voyant rouge indique une expérience en cours utilisant le laser infrarouge).

On cherche ici à simuler l'observation d'une étoile, modélisée par un corps noir à $2000K$: on devrait pouvoir observer des interférences en lumière blanche, avec une frange noire à la différence de marche nulle en sortie du banc SYNAPSE, qui est un interféromètre de Bracewell. On s'intéressera notamment au contraste obtenu.

2.2 Présentation du banc SYNAPSE

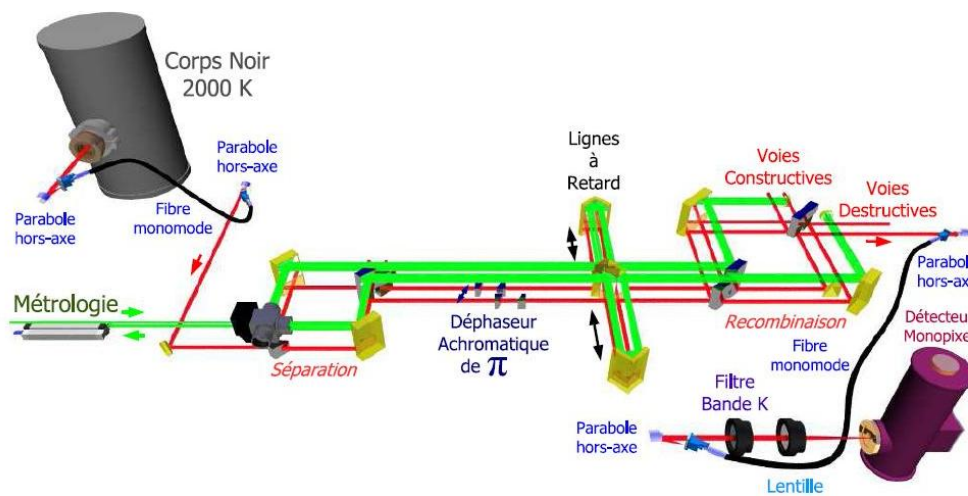


FIG. 5 – Schéma général du banc SYNAPSE, de la source (en haut à gauche) jusqu'au détecteur (en bas, à droite). Les faisceaux supérieurs correspondent à la métrologie, afin de contrôler la différence de marche : nous ne nous en occuperons pas. Une séparatrice est de plus intercalée juste à la sortie du corps noir, afin de pouvoir injecter des faisceaux laser visible et infrarouge. (*Thèse Franck Brachet, p.94*)

2.2.1 Les sources lumineuses

On utilise comme source lumineuse pour simuler l'étoile un corps noir à $2000K$, accompagné d'un dispositif de mise en forme des faisceaux. Ce dernier consiste en un miroir parabolique focalisé sur l'entrée de la fibre optique qui va servir à injecter le faisceau collimaté dans le montage optique. L'élément chauffant du corps noir est une baguette de Pyrox, dont les constituants principaux sont l'oxyde de chrome et l'oxyde de lanthane (chromite de lanthane), au sein de laquelle est creusé une cavité ($20mm$ de diamètre). Un trou de $5mm$ de diamètre est creusé en son milieu et sert de trou source. L'émissivité de ce corps noir est proche de 1 dans l'infrarouge, émissivité d'un corps noir idéal. La température du corps noir est maintenue grâce à une régulation basée sur la tension mesurée par un thermocouple placé au sein du barreau chauffant et sur un circuit d'eau.

Afin d'étalonner correctement l'interféromètre et d'avoir une source infrarouge monochromatique, on injecte au niveau du faisceau du corps noir, grâce à une séparatrice, les faisceaux d'un laser infrarouge et d'un laser optique. Ceux-ci servent aussi au contrôle des distances (métrologie).

Une large partie du travail expérimental a consisté à optimiser le flux en sortie de la fibre optique qui injecte le faisceau dans le montage optique : il s'agit de manipulations fines pour avoir un faisceau le plus parallèle possible et qui entre comme il faut dans la fibre optique. Il s'est avéré que le trou de sortie du

corps noir n'était pas aligné avec le miroir parabolique, et il a donc fallu revoir totalement le dispositif d'injection, notamment en intercalant deux miroirs plans. Lors des manipulations, on peut tout d'abord estimer visuellement le flux en sortie de la fibre optique en utilisant le laser infrarouge, puis s'en remettre au deux détecteurs placés l'un au début du montage optique, l'autre en sortie. Les fluctuations du flux des lasers et du corps noir compliquent ces réglages, qui sont pourtant nécessaire avant de commencer l'expérimentation à proprement parler.

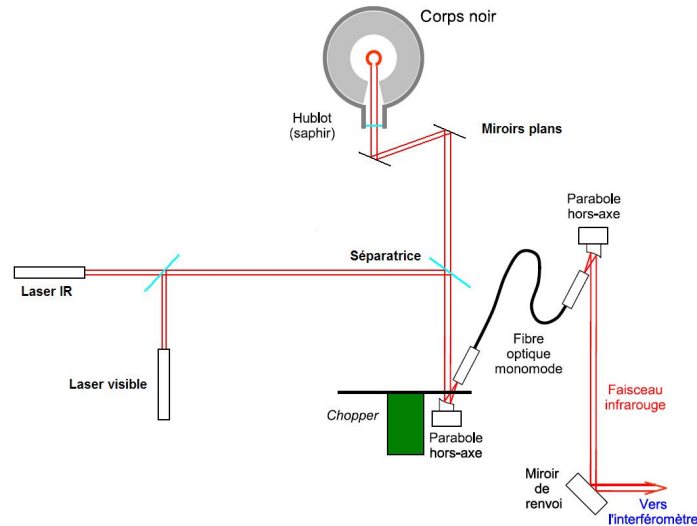


FIG. 6 – Dispositif d'injection (d'après Thèse Franck Brachet, p.103)

2.2.2 Le dispositif interférométrique

Le banc SYNAPSE est un interféromètre de Mach-Zehnder modifié : le montage optique comporte un dispositif de séparation, destiné à modéliser les faisceaux provenant des deux télescopes ; vient ensuite un dispositif ajoutant un déphasage de π à l'un de ces deux faisceaux, une ligne à retard contrôlant la différence de marche entre les deux voies de l'interféromètre ; enfin, un dispositif de recombinaison des faisceaux crée un système de franges d'interférences.

La pièce maîtresse de ce dispositif interférométrique est le déphaseur achromatique. Celui-ci est constitué d'un ensemble de trois lames de différents matériaux dont on peut faire varier l'épaisseur différentielle entre les deux voies de l'interféromètre. Les matériaux utilisés sont en germanium (Ge), le thallium bromiodure (KRS-5) et le sélénure de zinc (ZnSe), dont les indices et leurs variations en fonction de la longueur d'onde sont bien connus.

Afin d'avoir le meilleur achromatisme possible sur une gamme de longueur d'onde donnée, on peut faire varier l'épaisseur différentielle pour chaque matériau, ainsi que la différence de marche introduite par la ligne à retard. Il s'agit d'un problème d'optimisation à quatre paramètres, où la fonction à minimiser est le carré de la phase chromatique introduite par le déphaseur en plus du déphasage voulu de π . Il faut bien évidemment tenir compte de la variation de l'indice avec la longueur d'onde et donc intégrer le carré du déphasage additionnel sur l'ensemble de la bande considérée (entre 6 et $18\mu\text{m}$). Un programme Scilab est donné en annexe pour trouver des points de fonctionnement.

2.2.3 Système de détection

Un détecteur pyroélectrique est placé directement à l'entrée du dispositif interférométrique : ce détecteur permet d'avoir une idée du flux introduit dans le dispositif. Mais le principal détecteur, en sortie d'interféromètre, est un détecteur monopixel (fabriqué par Electro-Optical Systems) muni d'un filtre froid transmettant entre $1.8\mu\text{m}$ et $3.2\mu\text{m}$. Son cryostat est rempli d'azote liquide et possède une autonomie d'environ 12 heures. Ce détecteur est positionné sur un support mécanique mobile sur trois axes ; de même que pour l'injection, un miroir parabolique permet de recueillir le faisceau en sortie d'interféromètre, pour ensuite le focaliser dans une fibre optique qui parvient au détecteur.

2.3 Caractérisation des déphaseurs achromatiques

Les déphaseurs achromatiques ne sont pas rigoureusement achromatiques : il reste toujours une phase chromatique résiduelle, l'objectif étant qu'elle soit la plus petite possible. La méthode optimale pour caractériser les déphaseurs, c'est-à-dire pour calculer précisément la phase introduite, est l'interférométrie annulante, dans la mesure où le dispositif interférométrique est déjà en place. Cette caractérisation permet de mieux comprendre les contraintes sur l'efficacité du déphaseur ; durant mon stage, j'ai été amené à étudier la méthode de dispersion des franges pour caractériser le détecteur. À l'aide de calculs et de simulations numériques (logiciel Scilab), on peut ainsi étudier l'influence de différentes sources d'erreurs et de fluctuations sur la mesure de la phase.

2.3.1 Principe de la méthode de dispersion des franges

On place en sortie du banc interférométrique un élément dispersif et un spectromètre : un balayage de différence de marche permet alors de retrouver la phase différentielle entre les différentes longueurs d'onde. On peut mesurer l'intensité lumineuse pour chaque longueur d'onde et chaque différence de marche : on retrouve les franges brillantes et sombres. Sur la figure ci-dessous, le dégradé de couleur rend compte de l'intensité mesurée. À chaque longueur d'onde, on a un signal sinusoïdal en fonction de la différence de marche ; le déphasage recherché est obtenu en ajustant la courbe expérimentale sur une sinusoïde.

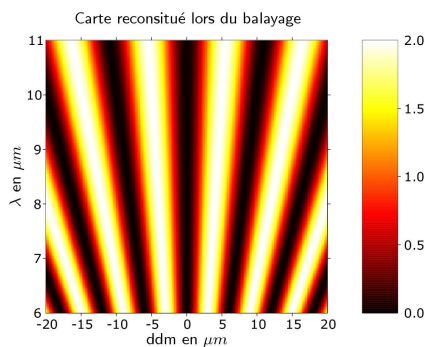


FIG. 7 – Cas d'un déphaseur strictement achromatique

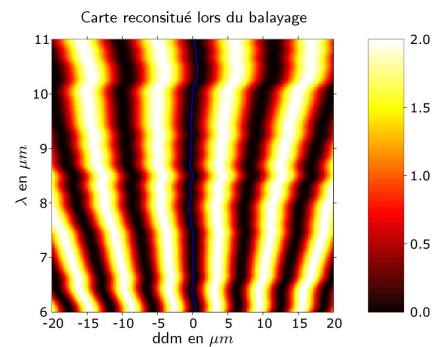


FIG. 8 – Cas d'un déphaseur imparfait (*Thèse Bruno Chazelas, p.144*)

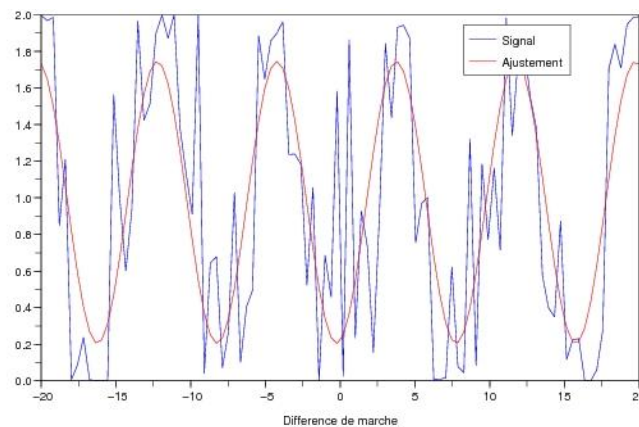


FIG. 9 – Ajustement de l'intensité à la longueur d'onde $\lambda_0 = 8\mu m$, pour un bruit aléatoire (gaussien) sur la différence de marche de marche d'amplitude $1\mu m$. On a simulé grâce au logiciel Scilab la courbe « expérimentale ».

2.3.2 Sensibilité de la méthode aux différentes sources d'erreur

En plus du travail expérimental sur l'obtention des franges d'interférences sur la banc SYNAPSE, j'ai pu effectuer un travail théorique donné en annexe pour déterminer la précision obtenue sur la mesure de la phase avec la méthode de dispersion des franges, en tenant compte des principales sources d'erreurs et incertitudes. Voici les résultats obtenus pour chaque source d'erreurs sur la mesure.

- La méthode est insensible aux défauts d'intensité entre les deux voies de l'interféromètre;
- la méthode est insensible aux défauts de rotation de polarisation (changement de la direction de polarisation);
- défauts de polarisation différentielle (déphasage différent dans les deux directions perpendiculaires au faisceau) : le déphasage dû à la polarisation est du même ordre de grandeur que le déphasage que l'on souhaite mesurer, ce qui réduit la précision¹
- bruit sur la mesure du flux en sortie d'interféromètre : pour une précision de $2.10^{-3}rad$ sur la mesure de la phase, en effectuant 1000 mesures, il faut un rapport bruit sur signal inférieur à 10^{-2} ;
- erreurs de position de la ligne à retard : pour une erreur d'amplitude $1_{\mu m}$ et un moyennage sur 10, on obtient une précision sur la moyenne de $2.10^{-3}rad$.

La principale difficulté de cette méthode réside dans la localisation de la différence de marche nulle, qui est un point délicat devant encore être étudié.

3 Obtention des franges d'interférence et recherche de la différence de marche nulle

3.1 Interférences en lumière infrarouge

Après avoir correctement aligné le laser infrarouge de manière à avoir un flux optimal en sortie de la fibre optique, avant l'entrée du rayon lumineux dans le dispositif interférométrique, on obtient en sortie des interférences.

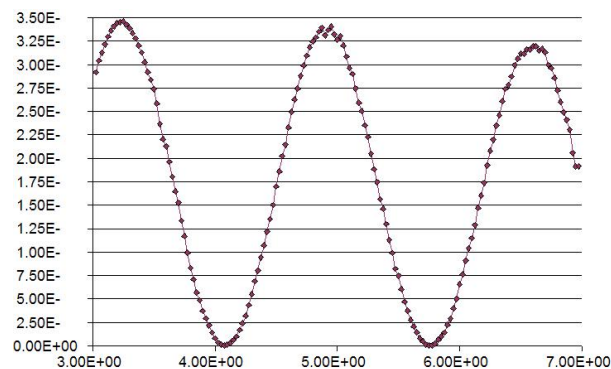


FIG. 10 – Intensité en fonction de la différence de marche nulle en sortie de l'interféromètre.

On observe les ventres et noeuds des interférences : on peut vérifier que les noeuds sont distants de $\lambda/2$. Afin de mieux voir ce qui se passe aux minima de l'intensité, parties de la courbe qui nous intéressent avant tout, car ce que nous cherchons, c'est avoir une valeur aussi faible possible de l'intensité à ces endroits, on peut utiliser une échelle logarithmique en ordonnée.

¹Pour ce qui précède, les résultats finaux sont rigoureusement identiques aux résultats obtenus par la méthode de transformée de Fourier.

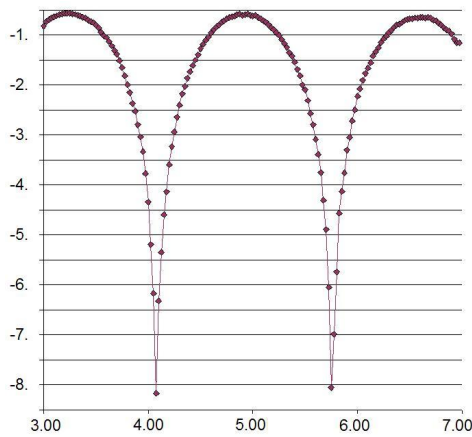


FIG. 11 – Intensité en fonction de la différence de marche nulle en sortie de l'interféromètre : échelle logarithmique en ordonnée.

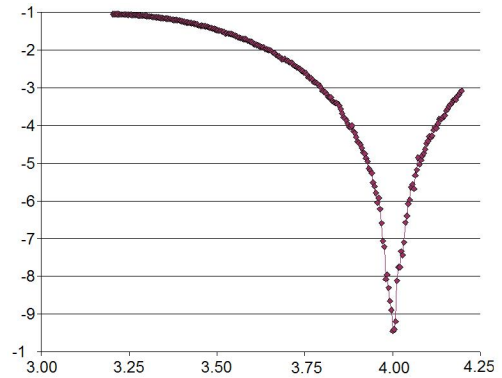


FIG. 12 – Détail de la courbe

Le « nulling » (ou extinction) est donné par le rapport entre la valeur minimale de l'intensité sur la valeur maximale. Ici, sa valeur est 0.000494, ce qui est assez moyen, comme il faut une extinction de l'ordre de 10^{-5} pour envisager la détection des exoplanètes. Néanmoins, cette valeur est relativement correcte, compte tenu des conditions expérimentales. Si ces courbes permettent de déterminer l'extinction dans l'infrarouge, elles ne permettent pas de trouver la différence de marche nulle, du fait de la périodicité de la courbe : il faut se tourner vers l'éclairage non monochromatique.

3.2 Interférences en lumière blanche

Nous avons eu beaucoup de problèmes techniques liés au corps noir, dont le barreau s'est cassé à trois reprises. Plusieurs hypothèses ont été envisagées comme à l'origine de ce problème :

- De fortes contraintes mécaniques lors de la mise en place du barreau, qui se fissurerait : cette hypothèse est peu convaincante, car il en a toujours été ainsi et qu'il n'y avait pas de problème avant.
- Une montée en température trop brutale : ce n'est vraisemblablement pas cela, car après être passé de 1000° par heure à 600° par heure, le barreau s'est cassé tout aussi rapidement.
- Le thermocouple indiquerait une température plus faible que ce qu'il en est : on chauffe par conséquent au-delà de $2000K$ et le barreau fond.
- D'autres contraintes matérielles, notamment lors de l'acheminement du barreau sur place.

Le corps noir a été démonté, après une vidange du circuit d'eau, et fut remplacé par une ampoule halogène. L'émissivité de celle-ci est moins proche de 1 que celle du corps noir utilisé précédemment : le flux en sortie sera moins bon.

On place les bras de l'interféromètre à égale distance (à peu près) et on y fait le zéro de l'indication de la différence de marche. On parcourt ensuite une large gamme de différence de marche (de l'ordre de $5\mu m$, avec un pas de $0.2\mu m$). Avec ce dispositif, qui n'est plus monochromatique, on n'observe plus que du bruit, dont l'amplitude est de l'ordre de $10V$ quand le signal mesuré vaut en moyenne $170V$. Nous allons essayer de comprendre par des simulations les résultats obtenus.

3.3 Simulations numériques pour la recherche de la différence de marche nulle

On cherche à simuler la courbe que l'on obtiendrait en sortie du dispositif interférométrique. Dans le cas d'un déphasage strictement achromatique et égal à π , la différence de marche nulle est caractérisée par plusieurs pics se détachant des autres oscillations. La différence de marche nulle devrait donc être décelable, sous réserve d'avoir un pas entre chaque mesure suffisamment petit, inférieur à $0.5\mu m$, car autrement il serait possible de manquer les pics.

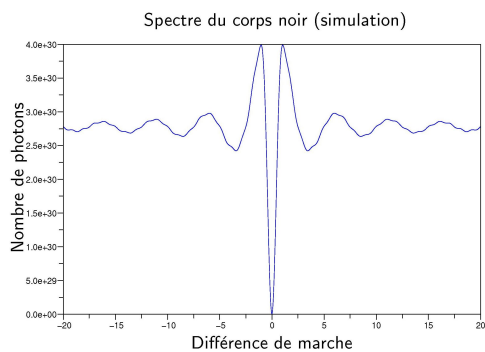


FIG. 13 – Intensité en sortie de l'interferomètre en fonction de la différence de marche : cas d'un déphasage rigoureusement égal à π .

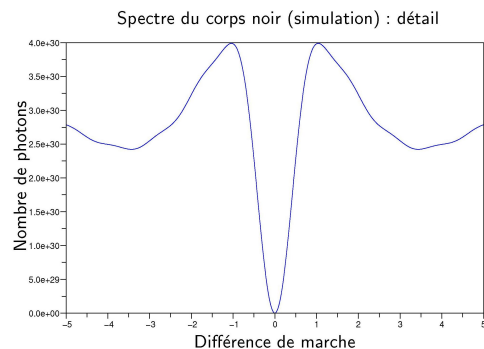


FIG. 14 – Détail au niveau de la différence de marche nulle.

En pratique, il y a une épaisseur différentielle de verre entre les deux voies afin d'optimiser l'achromaticité du dispositif (voir en annexe), de l'ordre de $500\mu m$. En balayant la gamme $[-4000\mu m, 4000\mu m]$ en différence de marche, avec un pas de $4\mu m$, correspondant aux mesures expérimentales effectuées, on obtient une courbe bruitée sur laquelle on ne peut déceler la différence de marche nulle. Avec un pas plus petit, les simulations montrent que l'on devrait parvenir à déceler un pic correspondant à la différence de marche nulle.

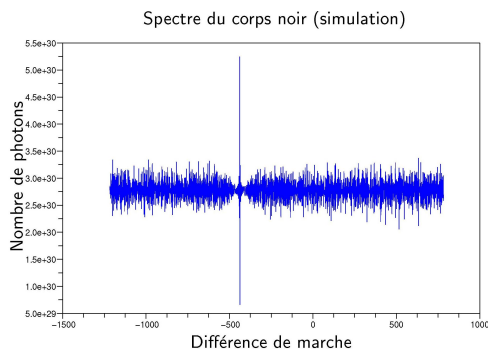


FIG. 15 – Flux de photons en fonction de la différence de marche, avec un pas de $1\mu m$

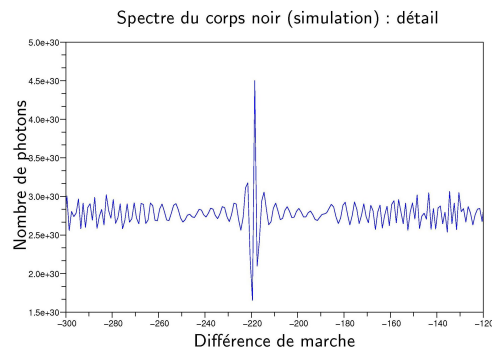


FIG. 16 – Détail de la courbe.

Dans l'immédiat, pour pouvoir à coup sûr déceler la différence de marche nulle, il faudrait balayer sur un domaine qui comprend de manière certaine la différence de marche nulle tout en ayant un pas de $0.5\mu m$.

Le déphaseur, compte tenu du réglage actuel, provoque des erreurs sur la différence de marche de l'ordre de $500\mu m$ (épaisseur différentielle de verre et chromatisme); l'incertitude sur le positionnement de la ligne à retard (effectué grossièrement à vue) est de l'ordre de $1\mu m$; finalement, des dérèglages un peu partout sont à l'origine d'une incertitude de l'ordre de $5mm$ sur la position de la différence de marche nulle. Pour être sûr de déceler la différence de marche nulle, il est donc nécessaire de parcourir, en gros, l'ensemble du domaine possible, c'est à dire $2.5cm$.

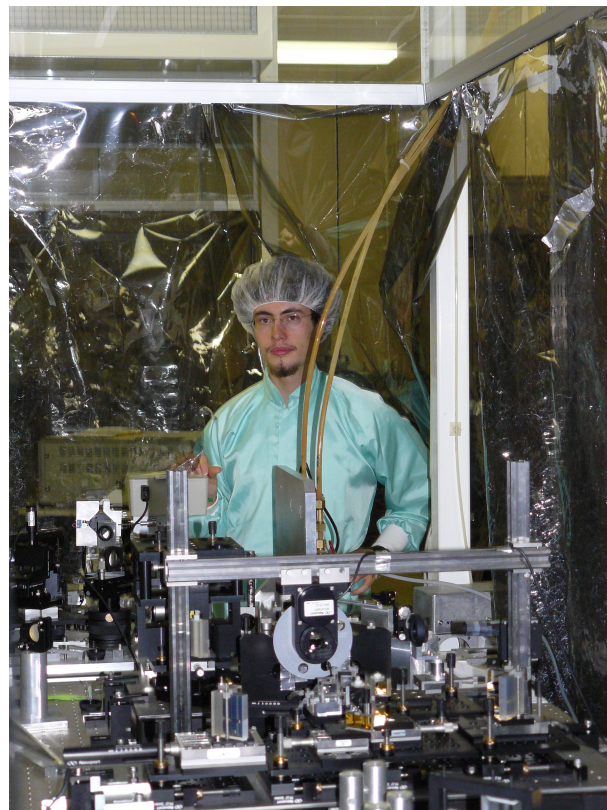
Finalement, il faut donc prendre la mesure de 50000 points. Or, le dispositif d'acquisition prend 250 points en 10 minutes : il faut donc plus de 33 heures pour effectuer l'ensemble des mesures. Comme il est de plus nécessaire de remplir d'azote liquide le détecteur toutes les 6 heures, ces mesures ne sont pas envisageables dans l'immédiat. Il faudrait reprendre l'ensemble du dispositif interférométrique pour avoir plus de précision sur la différence de marche, ce qui permettra de diminuer le domaine de balayage.

Conclusion

Plus qu'un travail faisant sens en lui-même, le travail expérimental effectué lors de ce stage a suivi les réflexions, les problèmes techniques et les besoins d'ordre théorique d'une équipe de l'*Institut d'Astrophysique Spatiale*. J'ai ainsi pu voir l'extrême minutie nécessaire à la préparation des projets spatiaux, que ce soit dans la difficulté des manipulations d'optique ou dans l'extrême précision des connaissances sur chaque élément des instruments utilisés.

Si les manipulations expérimentales effectuées, les heures passées sur le banc SYNAPSE, n'apportent pas de résultats nouveaux, elles m'ont au moins permis de me familiariser avec les instruments utilisés, à en comprendre en profondeur les enjeux et le fonctionnement. Beaucoup de temps passé dans les réglages des différentes optiques ; agacement face au corps noir dont le barreau s'est cassé à trois reprises ; attente durant le balayage de différence de marche permettant l'acquisition des franges d'interférence et obtention uniquement de bruit : autant de déceptions qui font néanmoins partie de la vie d'une équipe en physique expérimentale, et qui ne sont pas toujours inutiles, permettant de prendre le temps de mieux comprendre ce que l'on fait lors de chaque réglage, de démonter un corps noir et d'effectuer parallèlement des études numériques.

J'ai donc été amené à faire des calculs et des simulations numériques, dans le cadre de deux ensembles ayant trait aux déphaseurs achromatiques. Tout d'abord, j'ai pu valider la méthode de dispersion des franges comme une méthode correcte pour mesurer la phase, au même titre que la méthode développée dans la thèse de Bruno Chazelas (par transformée de Fourier), puis je me suis attaqué au problème de l'optimisation de l'achromaticité : je m'en suis tenu à retrouver une méthode permettant d'avoir les paramètres optimaux. Ces travaux théoriques m'ont donné l'occasion d'apprendre la programmation Scilab et de mieux réfléchir sur les sources d'erreur et leur traitement.



Remerciements

Je tiens surtout à remercier Bruno CHAZELAS pour m'avoir accueilli et guidé lors de mon stage, pour m'avoir permis de participer un tant soit peu à cette grande entreprise qu'est la mission Darwin. Je tiens aussi à remercier l'ensemble des chercheurs que j'ai pu côtoyer à l'Institut d'Astrophysique Spatiale, depuis Hervé DOLE qui m'a accueilli lors de ma première visite, Alain LEGER qui m'a fait part de son enthousiasme pour Darwin au sortir d'un séminaire sur la mission CoRoT, séminaire qui a peut être beaucoup joué dans ma motivation pour venir à l'Institut d'Astrophysique Spatiale, jusqu'à Sophie JACQUINOT qui m'a souvent accompagné lors des manipulations sur le banc SYNAPSE, en plus de Bruno CHAZELAS.

Renseignements bibliographiques

1. Brachet Franck, 2005, Étude et développement d'un déphaseur achromatique pour l'interférométrie en frange noire, Thèse, Université Paris-Sud (XI)
2. Chazelas Bruno, 2007, Contribution à l'étude de l'interférométrie annulante pour la détection d'exoplanètes, Thèse, Université Paris-Sud (XI)
3. Léger Alain, Ollivier Marc, 2005, À la recherche des planètes extrasolaires
4. Mayor Michel, Frei Pierre-Yves, 2001, Les nouveaux mondes du cosmos, A la découverte des exoplanètes, Éditions du Seuil, Paris
5. Protassov Konstantin, 2002, Analyse Statistique des données expérimentales, Grenoble Sciences
6. Séminaire CoRoT - Une mission prometteuse, Institut d'Astrophysique Spatiale, 14 mars 2007
7. Lane B. F., Muterspaugh M. W., Shao M., 2006, Calibrating an interferometric null, The Astrophysical Journal, 648 :1276-1284
8. Leger A., Selsis F., Sotin C., Guillot T., Despois D., Mawet D., Ollivier M., Labeque A., Valette C., Brachet F., Chazelas B., and Lammer H., 2003, A new family of planets? « Ocean-Planets », Icarus 169 (2004) 499-504

Annexes

Annexe 1 : Méthodes indirectes pour la détection d'exoplanètes

Chronométrage des pulsars

En mesurant finement les irrégularités observées dans la période de rotation très courte des pulsars (quelques millisecondes), il est possible de détecter précisément des exoplanètes. C'est cette méthode qui a permis à Wolszczan et Frail de détecter la première exoplanète en 1992. Néanmoins, les planètes détectées sont situées dans un environnement peu propice à la vie. Cette découverte n'a pas eu un retentissement très fort car elle ne permet pas de savoir tellement plus que la masse de la planète en question.

Méthode des vitesses radiales

La première méthode à avoir donné des résultats plus précis est la méthode des vitesses radiales, qui consiste à mesurer par effet Doppler la composante radiale (suivant l'axe étoile-Terre) de la vitesse de l'étoile, qui est en mouvement autour du centre de gravité du système étoile-planète. La mesure est réalisée par spectroscopie à très haute résolution et l'on peut mesurer la vitesse relative par rapport à la Terre de l'étoile dans la direction de la ligne de visée. Pour détecter une planète, la résolution en vitesse doit être très élevée : ainsi, l'amplitude de variation de la vitesse radiale du Soleil causées par la présence de la Terre, le système étant vu par la tranche (vitesses radiales maximales) est de $0.09m.s^{-1}$. Elle est de $12.5m.s^{-1}$ pour Jupiter et de $130m.s^{-1}$ dans le cas analogue de la première exoplanète détectée, 51 Peg. La résolution actuelle de cette méthode est de l'ordre de 2 à $3m.s^{-1}$ pour les meilleurs instruments (comme HARPS, High Accuracy Radial velocity Planet Searcher), pas encore de quoi détecter une planète tellurique à une unité astronomique de son étoile hôte. Dans tous les cas, cette méthode ne permet pas de déterminer à elle seule les caractéristiques précises des planètes détectées.

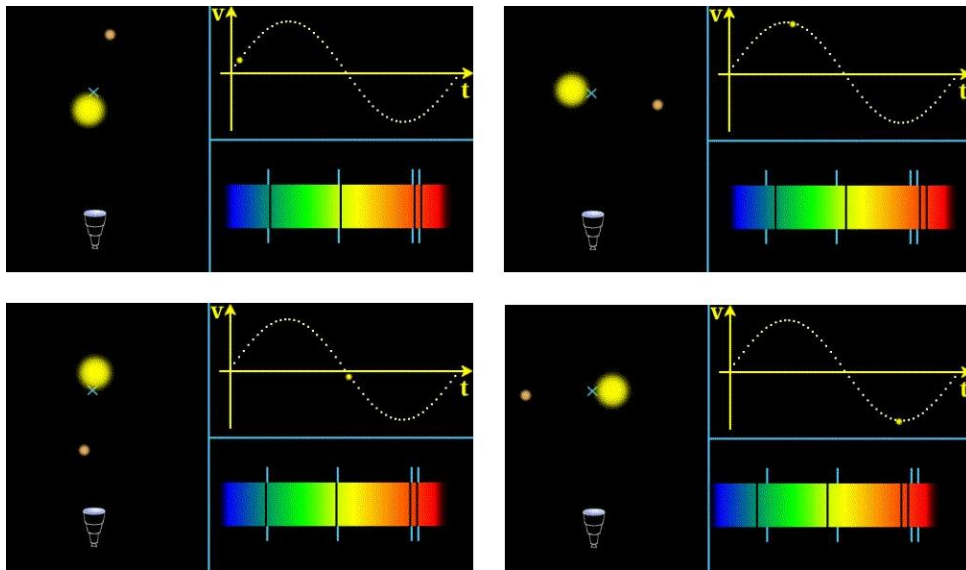


FIG. 17 – Observation indirecte d'une planète par la méthode des vitesses radiales : la courbe à droite de chaque position de l'étoile correspond à la vitesse radiale observée; le spectre est le spectre apparent de l'étoile. Le déplacement des raies sombres dans le spectre de l'étoile est la signature du mouvement de la planète et de l'étoile autour de leur centre de gravité. (Source : http://media4.obspm.fr/exoplanetes/pages_exopl-methodes/vitesses-radiales.html)

Astrométrie

Fondamentalement, cette méthode repose sur le même principe que la méthode des vitesses radiales : du fait de l'attraction gravitationnelle, l'étoile est en mouvement autour du centre de gravité du système étoile-planète. En mesurant la position angulaire d'une étoile en fonction du temps, on pourrait déceler cette rotation et en déduire l'existence d'une planète en orbite autour de l'étoile. Les instruments actuels n'ont pas atteints la résolution suffisante pour la détection de planètes, mais des missions spatiales d'astrométrie (GAIA, Global Astrometric Interferometer for Astrophysics, SIM, Space Interferometry Mission) ou des missions interférométriques au sol (PRIMA au VLT) devraient permettre les premières détection grâce à cette méthode.

Transits

La méthode des transits planétaires est une méthode photométrique qui repose sur le fait que lorsque la planète passe devant l'étoile observée, la luminosité de celle-ci est partiellement occultée. Ainsi, on peut détecter des variations périodiques du flux de l'étoile dont la profondeur de variation est proportionnelle au carré du rayon de la planète.

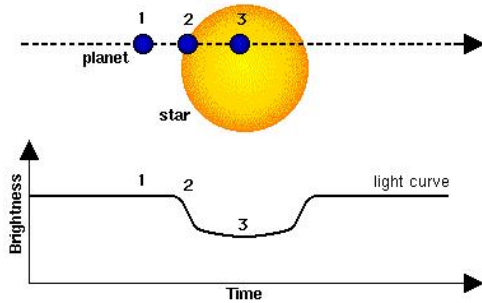


FIG. 18 – Principe de l'observation d'un transit planétaire (*Thèse Bruno Chazelas, p.16*)

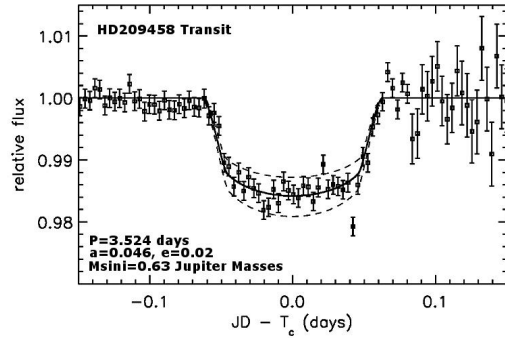
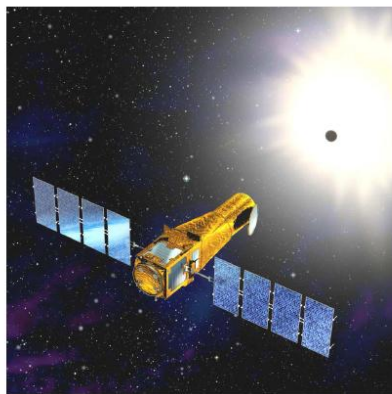


FIG. 19 – Premier transit planétaire observé (Charbonneau et al., 2000, *Thèse Bruno Chazelas, p.16*)

Cette méthode n'a de sens, compte tenu de la faible probabilité qu'une planète transite autour de son étoile hôte, que si on peut surveiller un grand nombre d'étoiles en même temps ou quand on a déjà déterminé qu'une planète orbite à une faible distance de l'étoile visée. L'intérêt de cette méthode est qu'elle permet de déterminer le rayon de la planète ainsi que l'inclinaison de sa trajectoire par rapport à la ligne de visée. Couplée à la mesure des vitesses radiales, cette méthode permet une caractérisation complète de l'orbite de la planète détectée. Elle permet même de déterminer la densité de la planète et ainsi d'avoir une première idée de sa composition.

Un certain nombre de planètes ont déjà pu être détectées par la méthode des transits; la mission française CoRoT (Convection Rotation et Transits), partie en décembre 2006, qui applique ce procédé, a déjà commencé à fournir des résultats².



(a) La mission CoRoT (pour Convection, Rotation et Transits) du CNES.



(b) La mission Kepler, de la NASA.

FIG. 20 – Les différentes missions spatiales de détection d'exoplanètes par la méthode des transits. (*Thèse Franck Brachet, p.21*)

²Séminaire CoRoT - Une mission prometteuse, Institut d'Astrophysique Spatiale, 14 mars 2007

Micro-lentilles gravitationnelles

Cette méthode repose sur l'effet relativiste de courbure de l'espace-temps autour d'une étoile qui affecte la propagation des rayons lumineux. Si un objet lumineux fait un transit en arrière-plan d'une étoile, on peut observer une amplification du flux lumineux des deux objets : l'étoile au premier plan joue le rôle d'une sorte de concentrateur de lumière, de « lentille gravitationnelle ». Quatre planètes ont pu jusqu'à ce jour être détectées de la sorte, mais les événements observés ont une probabilité de se produire très faible et ne se produisent qu'une seule fois. Néanmoins, cette méthode permet de faire une étude statistique de la répartition des planètes et est capable de détecter des objets de faible masse.

Annexe 2 : Le banc SYNAPSE en images



FIG. 21 – Le banc SYNAPSE (photo Franck Brachet, 2003)

1 Les sources lumineuses

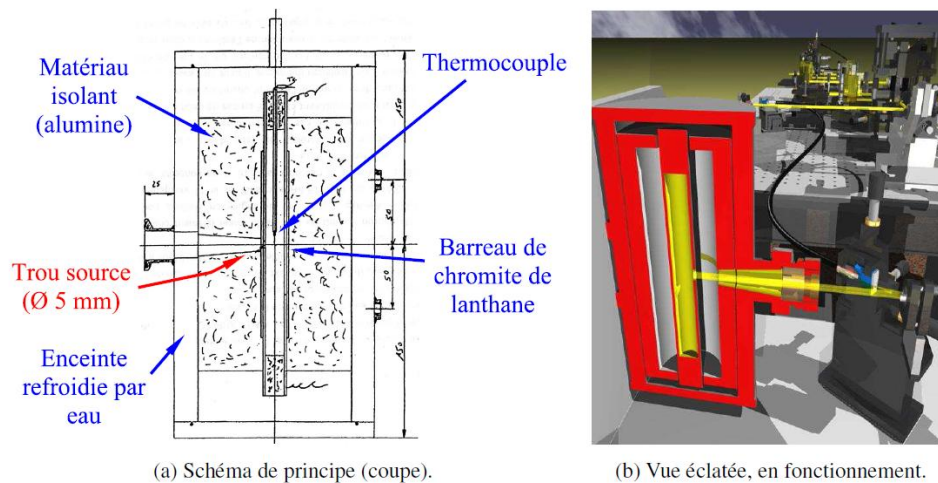


FIG. 22 – Source de lumière du banc SYNAPSE, un corps noir à 2000K. (Thèse Franck Brachet, p.96)

2 Le dispositif interférométrique

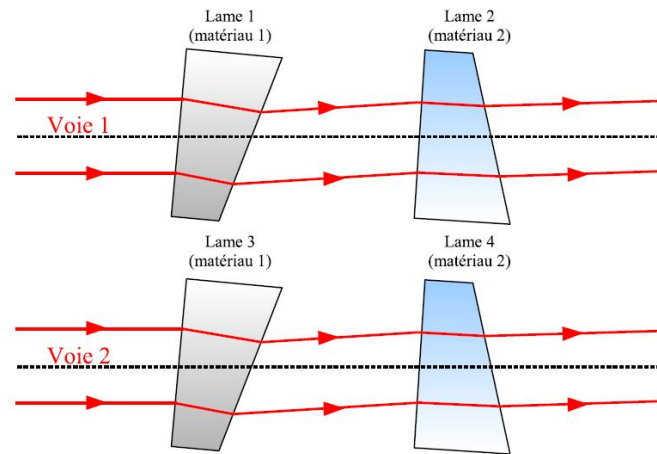
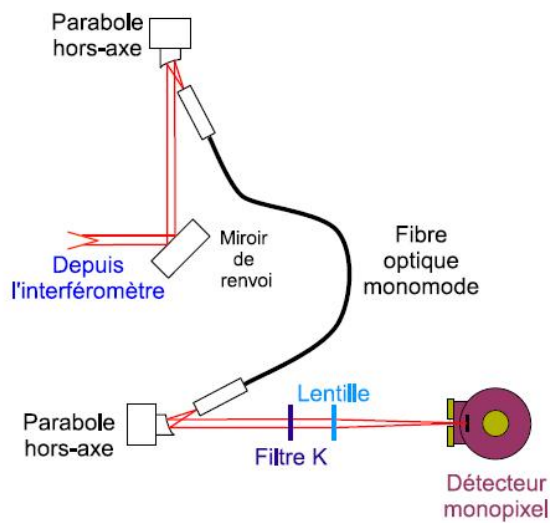
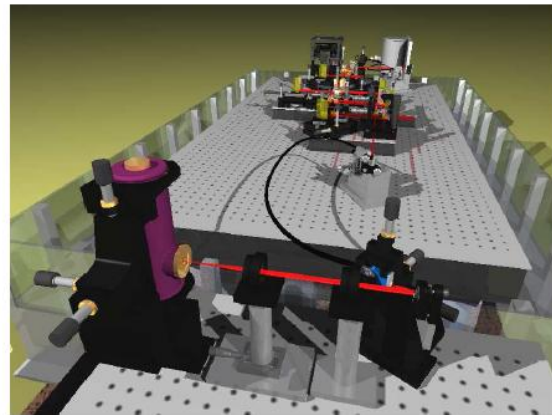


FIG. 23 – Exemple de déphaseur à lames dispersives constitué ici de quatre lames prismatiques réalisées dans deux matériaux différents. Les lames sont légèrement inclinées pour supprimer les réflexions parasites, ce qui permet aussi un réglage facile de l'épaisseur des lames, en les faisant coulisser perpendiculairement au faisceau optique. (*d'après Thèse Franck Brachet, p.61*)

3 Système de détection



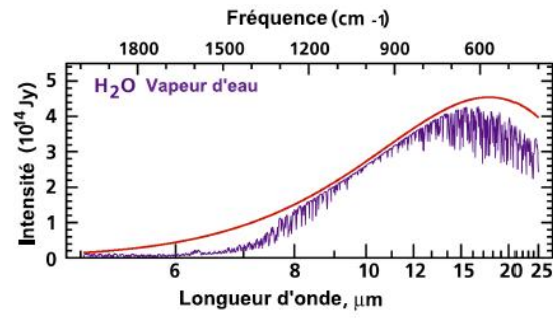
(a) Schéma de principe.



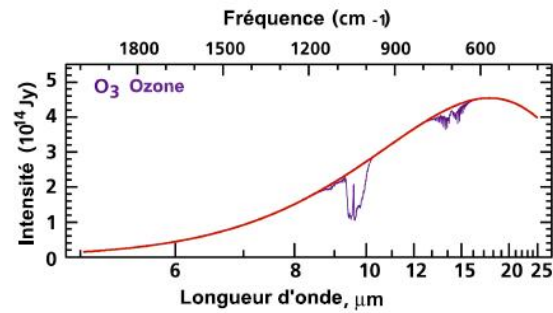
(b) Vue d'artiste (de g. à dr., le détecteur monopixel sur son support, la lentille de focalisation, le filtre spectral et la parabole hors-axe de focalisation, sur son support optomécanique, en arrière-plan, l'interféromètre.).

FIG. 24 – Chaîne de détection monopixel du banc SYNAPSE (*d'après Thèse Franck Brachet, p.121*)

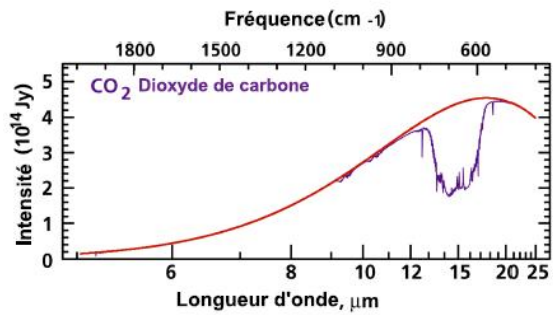
Annexe 3 : Le choix de l'infrarouge thermique



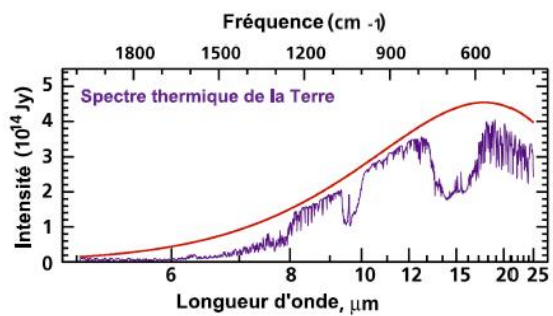
(a) Spectre de la vapeur d'eau.



(b) Spectre de l'ozone.



(c) Spectre du dioxyde de carbone.



(d) Spectre thermique de la Terre.

FIG. 25 – Simulations des spectres de différentes espèces et de celui de la Terre (Beichman et al., 1999, *Thèse Franck Brachet*, p.13)

Annexe 4 : Simulations numériques pour la recherche de la différence de marche nulle

1 Cas idéal

On cherche à simuler la courbe que l'on obtiendrait en sortie du dispositif interférométrique dans le cas d'un déphasage strictement achromatique et égal à π . La source est un corps noir à $2000K$ dont la luminance énergétique spectrale (flux de photons par angle solide) est donné par :

$$L(\lambda, T) = \frac{2c}{\lambda^4} \frac{1}{\exp(\frac{hc}{\lambda kT}) - 1} \text{ où } \lambda \text{ est en mètres}$$

On intègre sur une gamme de longueur d'onde $[1\mu m, 5\mu m]$: le flux de photons par unité d'angle solide en sortie de l'interféromètre, avec λ et ddm en μm , est donné par :

$$I = \int_1^5 (1 - \cos(\frac{2\pi}{\lambda} ddm)) L(\lambda \cdot 10^{-6}, 2000) d\lambda$$

2 Ajout d'une épaisseur différentielle de verre

En pratique, il y a une épaisseur différentielle de verre entre les deux voies afin d'optimiser l'achromaticité du dispositif, de l'ordre de $500\mu m$. Le flux de photons par unité d'angle solide s'écrit alors :

$$I = \int_1^5 (1 - \cos(\frac{2\pi}{\lambda} (ddm + (n - 1)e))) L(\lambda \cdot 10^{-6}, 2000) d\lambda$$

où λ et ddm sont en μm ; n est l'indice du verre ; e l'épaisseur différentielle.

On approxime l'indice du verre (SF_5 par exemple), dont les variations en fonction de λ sont bien connues, par un polynôme du premier degré (fonction polyfit dans Scilab) : $n = 1.4382 - 0.0073\lambda$.

En balayant la gamme $[-4000\mu m, 4000\mu m]$ en différence de marche, avec un pas de $4\mu m$, correspondant aux mesures expérimentales effectuées, on obtient le même genre de courbe qu'expérimentalement et on ne peut déceler la différence de marche nulle.

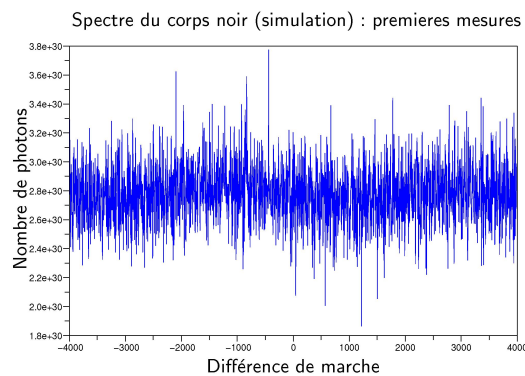


FIG. 26 – Premières mesures du spectre du corps noir avec épaisseur différentielle de verre : la courbe est analogue à la courbe expérimental, à laquelle soit s'ajouter un bruit thermique.

Annexe 5 : Programme Scilab permettant de trouver les paramètres d'un déphaseur achromatique optimisant le déphasage

On considère un déphaseur achromatique formé de trois lames de matériaux différents : germanium (Ge), thallium bromoiodure (KRS-5) et sélénure de zinc (ZnSe), dont les indices et leurs variations en fonction de la longueur d'onde sont bien connus. On peut faire varier l'épaisseur différentielle pour chaque matériau, ainsi que la différence de marche introduite par une ligne à retard. Il s'agit d'un problème d'optimisation à quatre paramètres, où la fonction à minimiser est le carré de la phase chromatique introduite par le déphaseur en plus du déphasage voulu de π . Il faut bien évidemment tenir compte de la variation de l'indice avec la longueur d'onde et donc intégrer le carré du déphasage additionnel sur l'ensemble de la bande considérée (entre 6 et $18\mu\text{m}$).

On approxime les variations des indices en fonction de la longueur d'onde avec des polynômes du troisième degré, puis on recherche, grâce à la commande *optim*, la meilleure valeur des quatre paramètres (e_1 : épaisseur différentielle de Ge, e_2 : épaisseur différentielle de KRS-5, e_3 : épaisseur différentielle de ZnSe, et *ddm* la différence de marche) pour minimiser le carré de la phase additionnelle, intégré sur l'ensemble de la bande [$6\mu\text{m}$, $11\mu\text{m}$].

```
//L'observation se fait dans la bande de longueur d'onde [6µm,11µm]
//l1 et l2 sont les bornes de ce domaine, l désignant la longueur d'onde
l1=6;
l2=11;

//On va approximer les indices des différents matériaux (répertoriés dans
//IR_index) par des polynômes du troisième degré en longueur d'onde
x0=zeros(1);
x1=1;
x2=1.*1;
x3=1.*1.*1;

z=[x0' x1' x2' x3'];

//fonction à approximer : IR_index("ge_3",1,300)
p_ge_3=z\ (IR_index("ge_3",1,300)');
p1=p_ge_3;

//fonction à approximer : IR_index("krs5_1",1,300)
p_krs5_1=z\ (IR_index("krs5_1",1,300)');
p2=p_krs5_1;

//fonction à approximer : IR_index("znse_5",1,300)
p_znse_5=z\ (IR_index("znse_5",1,300)');
p3=p_znse_5;

////////////////////////////////////
//Déphasages introduits par chaque matériau
//Epaisseur e1 de Ge3
function [z]=phi1(l,e1)
z=2.*%pi/l*(p1(1)+p1(2)*l+p1(3)*l^2+p1(4)*l^3-1)*e1;
endfunction
//Epaisseur e2 de KRS5
function [z]=phi2(l,e2)
z=2.*%pi/l*(p2(1)+p2(2)*l+p2(3)*l^2+p2(4)*l^3-1)*e2;
endfunction
//Epaisseur e3 de ZnSe
function [z]=phi3(l,e3)
z=2.*%pi/l*(p3(1)+p3(2)*l+p3(3)*l^2+p3(4)*l^3-1)*e1;
endfunction

//Déphasage total
function [z]=phitot(l,e1,e2,e3,ddm)
z=phi1(l,e1)+phi2(l,e2)+phi3(l,e3)+2.*%pi/l*ddm;
endfunction

//Gradients pour chaque degré de liberté
function [z]=g1(l,e1,e2,e3,ddm)
z=4.*%pi/l*(p1(1)+p1(2)*l+p1(3)*l^2+p1(4)*l^3-1)*phitot(l,e1,e2,e3,ddm);
endfunction

function [z]=g2(l,e1,e2,e3,ddm)
z=4.*%pi/l*(p2(1)+p2(2)*l+p2(3)*l^2+p2(4)*l^3-1)*phitot(l,e1,e2,e3,ddm);
endfunction

function [z]=g3(l,e1,e2,e3,ddm)
z=4.*%pi/l*(p3(1)+p3(2)*l+p3(3)*l^2+p3(4)*l^3-1)*phitot(l,e1,e2,e3,ddm);
endfunction

function [z]=g4(l,e1,e2,e3,ddm)
z=4.*%pi/l*phitot(l,e1,e2,e3,ddm);
endfunction

function [z]=gtot(l,e1,e2,e3,ddm)
z=[g1(l,e1,e2,e3,ddm);g2(l,e1,e2,e3,ddm);g3(l,e1,e2,e3,ddm);g4(l,e1,e2,e3,ddm)];
endfunction

////////////////////////////////////
//Integration sur la bande de longueur d'onde
function [z]=phi(e1,e2,e3,ddm)
Iphi=zeros(1,1);
M=100;
for i=1:M
Iphi=Iphi+1/M*phitot(l1+i/M*(l2-l1),e1,e2,e3,ddm);
end
z=Iphi;
endfunction

function [z]=grad(e1,e2,e3,ddm)
Igrad=zeros(4,1);
M=100;
for i=1:M
Igrad=Igrad+1/M*gtot(l1+i/M*(l2-l1),e1,e2,e3,ddm);
end
z=Igrad;
endfunction

////////////////////////////////////
//Fonction à minimiser phi^2
function [z]=G(e1,e2,e3,ddm)
z=phi(e1,e2,e3,ddm)^2;
endfunction

////////////////////////////////////
//Optimisation
function [f,g,ind]=costf(x,ind)
f=G(x(1),x(2),x(3),x(4));
g=grad(x(1),x(2),x(3),x(4));
endfunction

ini=[0;0;0;0];
[f,xopt]=optim(list(NDoost,costf),ini)
```

FIG. 27 – Programme Scilab optimisant les quatre degrés de liberté du déphaseur achromatique pour le plus faible écart à π . Il convient de remarquer l'importance du paramètre *ini*, initialisation des quatre paramètres, valeur autour de laquelle la fonction *optim* va rechercher la meilleure solution.

Annexe 6 : Caractérisation des déphaseurs achromatiques grâce à la méthode de dispersion des franges - Sensibilité aux différentes sources d'erreurs

Ce document est le résultat d'un travail théorique effectuée durant le stage parallèlement au travail expérimental. Le but de ce travail était de montrer la validité de la méthode de dispersion des franges comme méthode de mesure de la phase, au même titre que la méthode par transformée de Fourier. Pour mener à bien ce travail, il m'a fallu apprendre à maîtriser le logiciel Scilab avec lequel j'ai effectué les simulations numériques, et m'a aussi amené à approfondir mes connaissances sur Linux et sur les protocoles d'échanges de données.

1 Sensibilité aux différences d'intensité entre les bras de l'interféromètre

Pour une longueur d'onde λ donnée, l'intensité reçue en sortie du dispositif comprenant l'interféromètre et l'élément dispersif est donnée par :

$$I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(2\pi \frac{ddm}{\lambda} + \epsilon(\lambda)\right)$$

où I_1 et I_2 sont les intensités des deux branches ;

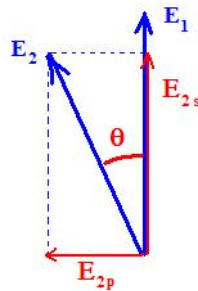
ddm est la différence de marche ;

$\epsilon(\lambda)$ est un résidu de phase chromatique, en plus du déphasage théorique de π .

Les graphes obtenus en fonction de la longueur d'onde et de la différence de marche ne font intervenir que des grandeurs relatives : constantes et facteurs multiplicatifs n'interviennent pas. Par conséquent, la méthode est insensible aux défauts d'intensité entre les deux voies de l'interféromètre.

2 Sensibilité aux défauts de polarisation de rotation

Les défauts de rotation de polarisation proviennent d'un changement de la direction de polarisation différent dans chaque bras de l'interféromètre. Il s'agit d'un défaut géométrique et donc achromatique. Dans des interférences d'ondes polarisées, seules interfèrent les composantes de même polarisation.



Avec un défaut de polarisation de rotation, caractérisé par l'angle θ entre les champs électriques \vec{E}_1 et \vec{E}_2 issus de chacune des deux voies, seuls \vec{E}_{2s} et \vec{E}_1 interfèrent. D'où l'intensité

$$I = I_1 + I_2 + \sqrt{I_1 I_2} \cos(\theta) \cos\left(2\pi \frac{ddm}{\lambda} + \epsilon(\lambda)\right)$$

Les défauts de polarisation de rotation sont analogues à des défauts d'intensité et n'ont donc pas de conséquence sur la phase finale.

3 Défauts de polarisation différentielle

Il se peut que les déphasages ne soient pas les mêmes dans les deux directions orthogonales s et p : un déphasage de π dans une de ces directions n'implique pas forcément le même déphasage dans l'autre. On considère donc des écarts de différence de marche différents selon la direction s ou p :

Dans la direction p : $ddm_p = ddm + \Delta d_p$ Dans la direction s : $ddm_p = ddm + \Delta d_s$

L'intensité reçue s'écrit donc en ne considérant que les écarts liés au défaut de polarisation différentielle :

$$I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 p I_2 p} \cos\left(2\pi \frac{ddm + \Delta d_p}{\lambda}\right) - 2\sqrt{I_1 s I_2 s} \cos\left(2\pi \frac{ddm + \Delta d_s}{\lambda}\right)$$

$$I = I_1 + I_2 - 2\cos\left(2\pi \frac{ddm}{\lambda}\right) \left(\sqrt{I_1 p I_2 p} \cos\left(2\pi \frac{\Delta d_p}{\lambda}\right) + \sqrt{I_1 s I_2 s} \cos\left(2\pi \frac{\Delta d_s}{\lambda}\right) \right)$$

$$+ 2\sin\left(2\pi \frac{ddm}{\lambda}\right) \left(\sqrt{I_1 p I_2 p} \sin\left(2\pi \frac{\Delta d_p}{\lambda}\right) + \sqrt{I_1 s I_2 s} \sin\left(2\pi \frac{\Delta d_s}{\lambda}\right) \right)$$

Le déphasage s'écrit donc :

$$\phi = \arctan\left(\frac{\sqrt{I_1 p I_2 p} \sin\left(2\pi \frac{\Delta d_p}{\lambda}\right) + \sqrt{I_1 s I_2 s} \sin\left(2\pi \frac{\Delta d_s}{\lambda}\right)}{\sqrt{I_1 p I_2 p} \cos\left(2\pi \frac{\Delta d_p}{\lambda}\right) + \sqrt{I_1 s I_2 s} \cos\left(2\pi \frac{\Delta d_s}{\lambda}\right)} \right)$$

Avec $I_1 p \approx I_2 p \approx I_1 s \approx I_2 s$ et $\Delta d_p, \Delta d_s \ll \lambda$, on obtient :

$$\phi \approx \arctan\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{\Delta d_p + \Delta d_s}{2} \right)$$

$$\phi \approx \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\Delta d_p + \Delta d_s}{2}$$

On obtient le même résultat que pour la méthode par transformée de Fourier³, et l'on en tire donc les mêmes conclusions.

- Pour le banc SYNAPSE, le déphasage dû à la polarisation est du même ordre de grandeur que le déphasage que l'on souhaite mesurer : seule la précision de la mesure est réduite;
- Pour NULLTIMATE, les défauts de phase dus à la polarisation sont négligeables.

³Bruno Chazelas, *Contribution à l'étude de l'interférométrie annulante pour la détection d'exoplanètes*, thèse, Institut d'Astrophysique Spatiale, janvier 2007

4 Sensibilité de la méthode au bruit sur la mesure du flux en sortie de l'interféromètre

La longueur d'onde est dans un premier temps supposée fixée

4.1 Expression analytique du déphasage

En sortie d'interféromètre, la mesure du flux se fait avec un rapport signal à bruit déterminé. À une longueur d'onde λ fixée, l'intensité est modélisée avec la méthode des moindres carrés comme une fonction qui s'écrit pour chaque mesure i , correspondant à une différence de marche ddm_i :

$$y_i = b_0 + b_1 x_{1i} + b_2 x_{2i} + \epsilon_i$$

où $x_{1i} = -\cos(\frac{2\pi}{\lambda} ddm_i)$;

$x_{2i} = -\sin(\frac{2\pi}{\lambda} ddm_i)$;

ϵ_i est un bruit blanc aléatoire.

On cherche à minimiser $S = \sum_i (y_i - b_0 - b_1 x_{1i} - b_2 x_{2i})^2$, somme des écarts quadratiques au modèle sur les N mesures effectuées, dont le gradient par rapport aux trois variables b_0 , b_1 et b_2 s'écrit :

$$\vec{\text{grad}}S = -2 \begin{pmatrix} \sum_i (y_i - b_0 - b_1 x_{1i} - b_2 x_{2i}) \\ \sum_i x_{1i} (y_i - b_0 - b_1 x_{1i} - b_2 x_{2i}) \\ \sum_i x_{2i} (y_i - b_0 - b_1 x_{1i} - b_2 x_{2i}) \end{pmatrix}$$

Ce gradient s'annule aux minima de la somme des écarts quadratiques, et l'on a alors le système :

$$\begin{cases} \sum_i y_i - Nb_0 - b_1 \sum_i x_{1i} - b_2 \sum_i x_{2i} = 0 \\ \sum_i x_{1i} y_i - b_0 \sum_i x_{1i} - b_1 \sum_i x_{1i}^2 - b_2 \sum_i x_{1i} x_{2i} = 0 \\ \sum_i x_{2i} y_i - b_0 \sum_i x_{2i} - b_1 \sum_i x_{1i} x_{2i} - b_2 \sum_i x_{2i}^2 = 0 \end{cases}$$

En posant :

$$\begin{cases} S_1 = \sum_i x_{1i} \\ S_2 = \sum_i x_{2i} \\ C_1 = \sum_i x_{1i}^2 \\ C_2 = \sum_i x_{2i}^2 \\ C_{12} = \sum_i x_{1i} x_{2i} \\ Y = \sum_i y_i \\ Y_1 = \sum_i y_i x_{1i} \\ Y_2 = \sum_i y_i x_{2i} \end{cases}$$

Le système se réécrit :

$$\begin{cases} Y - Nb_0 - b_1 S_1 - b_2 S_2 = 0 \\ Y_1 - b_0 S_1 - b_1 C_1 - b_2 C_{12} = 0 \\ Y_2 - b_0 S_2 - b_1 C_{12} - b_2 C_2 = 0 \end{cases}$$

il s'agit d'un système de Cramer qui donne, sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} N & S_1 & S_2 \\ S_1 & C_1 & C_{12} \\ S_2 & C_{12} & C_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y \\ Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix}$$

Or le déphasage mesuré par rapport au déphasage de π vérifie $\tan(\phi) = \frac{b_2}{b_1}$ et par conséquent, en utilisant les règles de Cramer :

$$\tan(\phi) = \frac{NY_2C_1 - NY_1C_{12} - S_2YC_1 + S_1S_2Y_1 + S_1C_{12}Y - S_1^2Y_2}{NY_1C_2 - NY_2C_{12} - S_1YC_2 + S_2S_1Y_2 + S_2C_{12}Y - S_2^2Y_1}$$

4. 2 Valeur du déphasage en fonction du rapport bruit sur signal

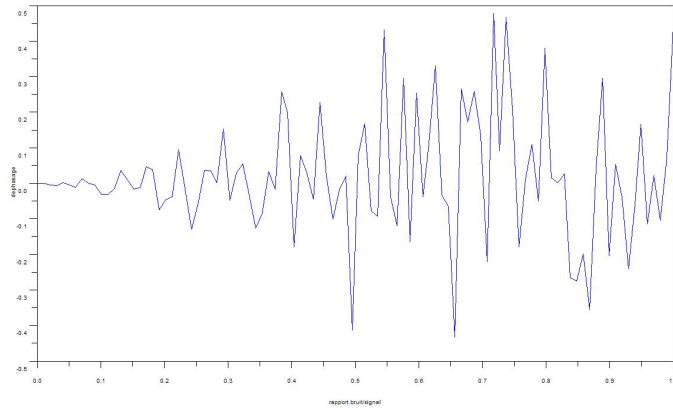


FIG. 28 – Déphasage en fonction de l'amplitude du bruit sans moyennage pour une longueur d'onde de 11 microns et pour une variation de la différence de marche entre -20 et 20 microns.

On peut effectuer un certain nombre de tirages pour évaluer l'ampleur du déphasage en fonction de l'amplitude du bruit : pour ce faire, on peut, avec le programme scilab, utiliser la formule ci dessus, ou bien, comme c'est le cas dans le programme présenté ci-dessous, utiliser la fonction *backslash*. On effectue ensuite un certain nombre de tirages et on moyenne les valeurs de la phase obtenues pour obtenir une courbe présentant le déphasage en fonction de l'amplitude de l'erreur.

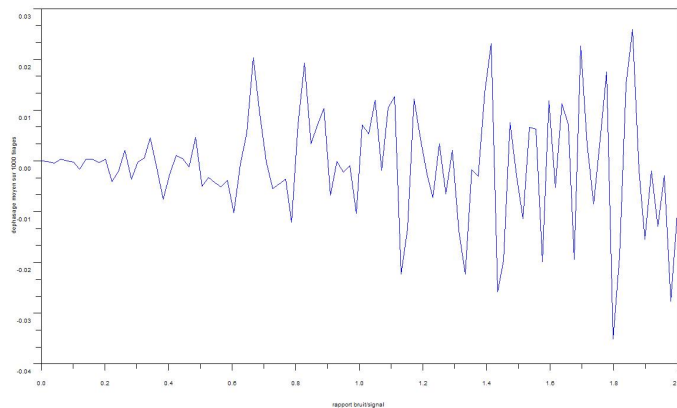


FIG. 29 – Déphasage en fonction de l'amplitude du bruit avec moyennage sur 1000 tirages pour une longueur d'onde de 11 microns et pour une variation de la différence de marche entre -20 et 20 microns.

```

bouclesfor.sce
Close

//longueur d'onde fixée lambda=6microns
l=11;
//on fait varier la ddm entre A et B microns avec N mesures
rand("normal")

A=-20;
B=20;
N=100;

//Definition de la fonction qui pour un rapport bruit/signal s
//donné renvoie une valeur possible du déphasage phi

function [z]=phi(s)
y=linspace(A,B,N); //différence de marche

x1=-cos(2*pi/l.*y);
x2=sin(2*pi/l.*y);

f_afitter=(ones(y)+x1)'+2*s*rand(y');

//fit au moindre carré avec backslash
z1=[ones(f_afitter) x1' x2'];
p=z1\f_afitter;

z=atan(p(3)/p(2))
endfunction

//On fait varier s entre 0 et 2 (N mesures)
//Pour chaque valeur de s on fait 1000 tirages

s=linspace(0,2,100);
moyenne=zeros(s);

for i=1:N, T=zeros(100,1);
    for j=1:100 T(j,i)=phi(s(i));, end
    moyenne(i)=1/100*sum(T);
end

//Afficher la fonction moyenne=f(s)

plot(s,moyenne)

```

FIG. 30 – Programme Scilab permettant de tracer le déphasage moyen sur 100 mesures en fonction de l'amplitude du bruit.

4.3 Précision obtenue

On a précédemment calculé la moyenne du déphasage mesuré sur 1000 mesures en fonction de l'amplitude du bruit (rapport bruit sur signal). Il semble naturel de calculer l'écart-type de ces différentes mesures. Après comparaison des courbes obtenues pour différents intervalles de différence de marche (symétriques autour de la différence de marche nulle ou non), il semble que la valeur de l'écart type soit totalement indépendante de ces intervalles. Ce qui est assez heureux, comme une des difficultés majeures de cette méthode de mesure de la phase est de trouver la différence de marche nulle.

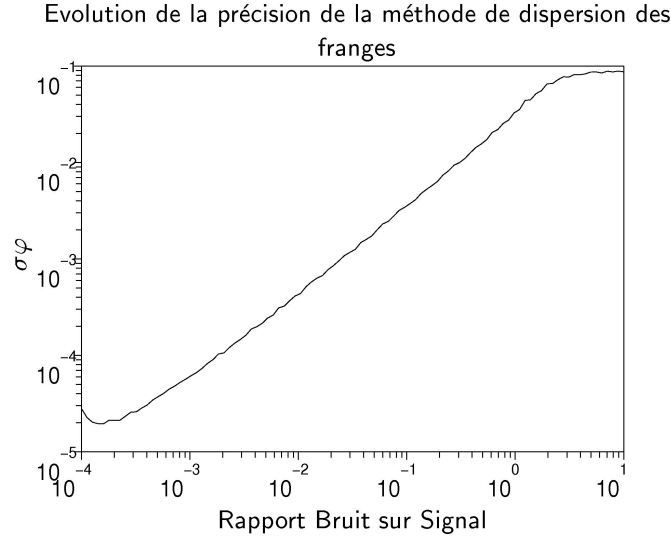


FIG. 31 – Dépendance avec le rapport signal sur bruit de l'écart-type sur la phase mesurée (1000 mesures). La mesure est réalisée avec une longueur d'onde de $11\mu m$ pour une différence de marche entre -20 et $20\mu m$.

L'écart type semble être linéaire sur une large portion de la courbe, ce qui est prévu analytiquement. Rappelons que la tangente du déphasage s'écrit :

$$\tan(\phi) = \frac{NY_2C_1 - NY_1C_{12} - S_2YC_1 + S_1S_2Y_1 + S_1C_{12}Y - S_1^2Y_2}{NY_1C_2 - NY_2C_{12} - S_1YC_2 + S_2S_1Y_2 + S_2C_{12}Y - S_2^2Y_1}$$

Sans perturbation, le numérateur de cette expression vaut 0 et le dénominateur 1. Avec une perturbation, c'est-à-dire pour une valeur mesurée de $y_i = y_{i0} + 2s\epsilon_i$, où ϵ_i est un bruit aléatoire gaussien entre -1 et 1 et s est le rapport bruit sur signal, on a de nouvelles expressions pour Y , Y_1 et Y_2 :

$$\begin{cases} Y = Y_0 + 2s \sum_i \epsilon_i \approx Y_0 & \text{car la moyenne des } \epsilon_i \text{ est nulle} \\ Y_1 = Y_{10} + 2s \sum_i \epsilon_i x_{1i} \\ Y_2 = Y_{20} + 2s \sum_i \epsilon_i x_{2i} \end{cases}$$

où Y_0 , Y_{10} et Y_{20} sont les valeurs de ces coefficients lorsqu'il n'y a pas de perturbation.

Avec la perturbation, on obtient :

$$\tan(\phi) = 2s \frac{\sum_i x_{1i} \epsilon_i (S_1 S_2 - N C_{12}) + \sum_i x_{2i} \epsilon_i (N C_1 - S_1^2)}{1 + 2s (\sum_i x_{1i} \epsilon_i (N C_2 - S_2^2) + \sum_i x_{2i} \epsilon_i (N C_1 - S_1^2))}$$

et comme $s \ll 1$,

$$\tan(\phi) \approx 2s \left(\sum_i x_{1i} \epsilon_i (S_1 S_2 - NC_{12}) + \sum_i x_{2i} \epsilon_i (NC_1 - S_1^2) \right)$$

Néanmoins, la courbe obtenue n'est pas linéaire sur l'ensemble du domaine considéré. En réalité, la courbure pour les très faibles valeurs du rapport bruit sur signal s est un artefact des algorithmes utilisés pour la simulation : en prenant des valeurs de s beaucoup plus petites, cette courbure se déplace à proximité de l'origine. Par contre, pour les grandes valeurs de s , on observe une saturation : à partir d'une certaine valeur de s , de l'ordre de 1, les valeurs des déphasages deviennent complètement aléatoires dans le domaine $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.

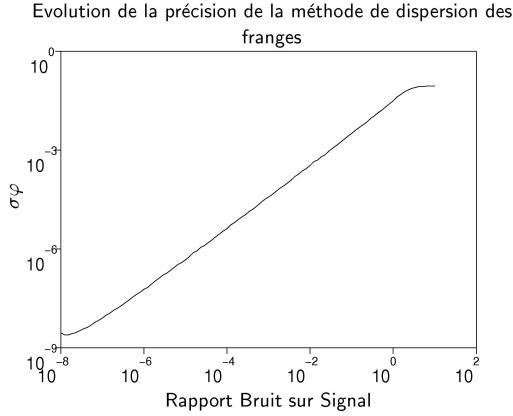


FIG. 32 – Écart-type en fonction de s : petites valeurs de s .

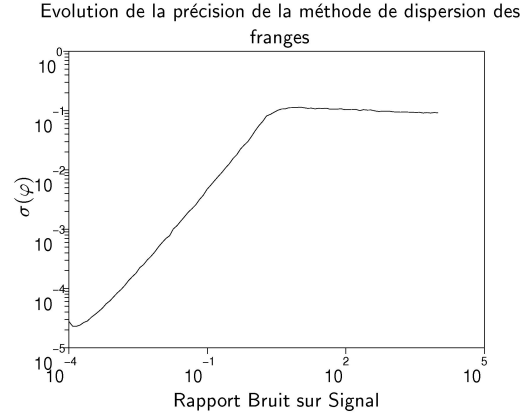


FIG. 33 – Écart-type en fonction de s : grandes valeurs de s .

Essayons de retrouver l'ordre de grandeur de l'écart-type au niveau de la saturation, lorsque les angles sont repartis de manière aléatoire entre $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$. Lorsque les angles sont repartis uniformément entre $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, la probabilité pour un angle d'être dans la bande $[\theta, \theta + d\theta]$ est de $\frac{1}{\pi}$. L'écart-type devient alors :

$$\begin{aligned} \sigma(\theta) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} p(\theta) \theta^2 d\theta \quad \text{où } p(\theta) = \frac{1}{\pi} \text{ par normalisation} \\ &= \frac{1}{\pi} \left[\frac{\theta^3}{3} \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \\ &= \frac{2}{3} \frac{1}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} \right)^3 \\ \sigma(\theta) &\approx \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Lorsque les angles sont repartis de manière gaussienne entre $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, on a $2\sigma \approx \frac{\pi}{2}$ (95% dans la bande $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$), d'où $\sigma \approx \frac{3}{4}$.

Si cette valeur pour l'écart-type est du bon ordre de grandeur, elle ne semble pas correspondre exactement aux valeurs trouvées lors de la simulation, qui du reste sont assez variables.

4.4 En tenant compte de la largeur de la bande spectrale

Un système dispersif ne permet jamais l'isolation rigoureuse d'une seule longueur d'onde : il nous faut prendre en compte la largeur de la bande sélectionnée en sortie du dispositif dispersif, typiquement de l'ordre de $0.05\mu m$.

Le signal mesuré s'écrit, en intégrant les flux monochromatiques sur la bande $[\sigma_0, \sigma_0 + \Delta\sigma]$ (on considère les nombres d'onde au lieu des longueurs d'onde par commodité) et pour une différence de marche ddm donnée :

$$I = \int_{\sigma_0}^{\sigma_0 + \Delta\sigma} (1 - \cos(\sigma ddm + \phi(\sigma))) d\sigma$$

où ϕ est une phase additionnelle

$$I = \Delta\sigma - \int_{\sigma_0}^{\sigma_0 + \Delta\sigma} \cos(\sigma ddm + \phi(\sigma_0))$$

en supposant que les variations de ϕ avec σ sont lentes

$$I = \Delta\sigma - \left[\frac{1}{ddm} \sin(\sigma ddm + \phi(\sigma_0)) \right]_{\sigma_0}^{\sigma_0 + \Delta\sigma}$$

$$I = \Delta\sigma - \frac{1}{ddm} (\sin(\sigma_0 ddm + \Delta\sigma ddm + \phi(\sigma_0)) - \sin(\sigma_0 ddm + \phi(\sigma_0)))$$

$$I \approx \Delta\sigma - \frac{1}{ddm} (\sin(\sigma_0 ddm + \phi(\sigma_0)) + \Delta\sigma ddm \cos(\sigma_0 ddm + \phi(\sigma_0)) - \sin(\sigma_0 ddm + \phi(\sigma_0)))$$

en faisant un développement limité pour $\Delta\sigma ddm \ll 1$

$$I \approx \Delta\sigma (1 - \cos(\sigma_0 ddm + \phi(\sigma_0)))$$

On devrait donc pouvoir ajuster la fonction sur une sinusoïde de la même façon que pour un signal monochromatique, pour une valeur approchée σ_0 de la gamme de nombre d'onde sélectionnée. En calculant l'intégrale à l'aide de la méthode des rectangles et en ajustant cette courbe avec une sinusoïde, on trouve des courbes d'écart-type analogues aux précédentes. Curieusement, celles-ci semblent même demeurer linéaires plus longtemps par rapport aux différentes valeurs du rapport bruit sur signal s .

5 Erreurs de position de la ligne à retard

Le positionnement de la ligne à retard, qui détermine la différence de marche, n'est jamais parfait. On peut distinguer un bruit aléatoire à moyenne nulle (effet des vibrations) et un bruit périodique (géométrie de la ligne à retard). Le déphasage subtil est simplement donné par $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \epsilon(ddm)$ où ϵ est le bruit lié à la ligne à retard, dépendant éventuellement de la différence de marche.

5.1 Erreur aléatoire

On introduit un bruit aléatoire sur la mesure de la différence de marche : pour une mesure, l'erreur sur la phase est proportionnelle à l'amplitude de l'erreur ; en prenant la moyenne sur N mesures, l'écart-type sur la moyenne est proportionnel à $\frac{1}{\sqrt{N}}$.

Ajustement sur une seule série de mesure

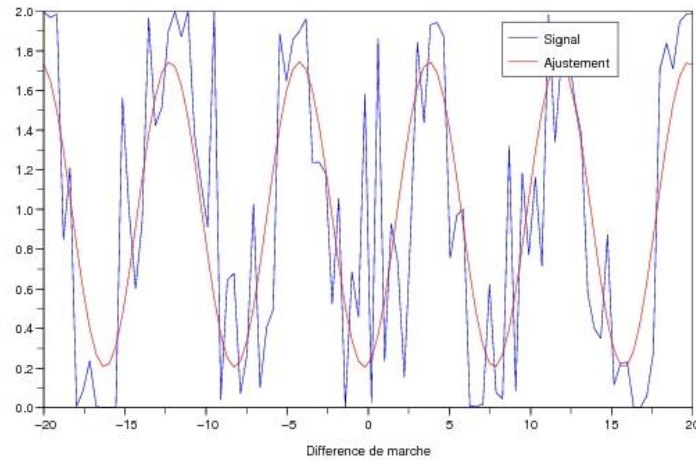


FIG. 34 – Ajustement de l'intensité sur une seule série de mesure. Longueur d'onde $\lambda_0 = 8\mu m$, amplitude du bruit $s = 1$.

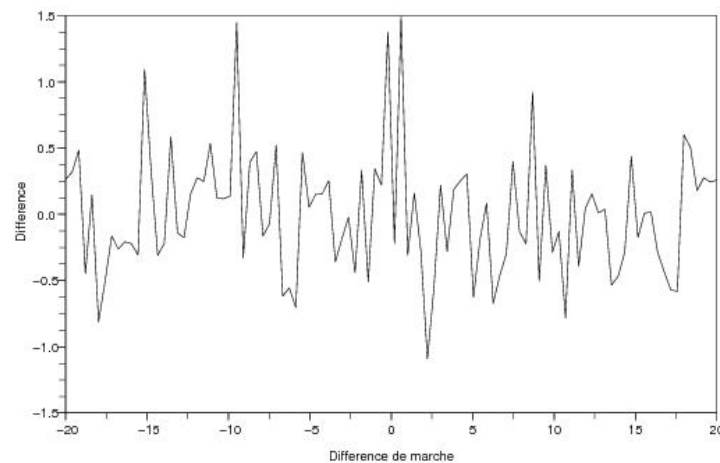


FIG. 35 – Différence entre le signal et la courbe ajustée.

Ajustement sur 50 mesures

Afin d'avoir une plus grande correspondance, et donc une phase mieux déterminée, on peut moyenner les résultats d'un certain nombre de mesures, par exemple 50.

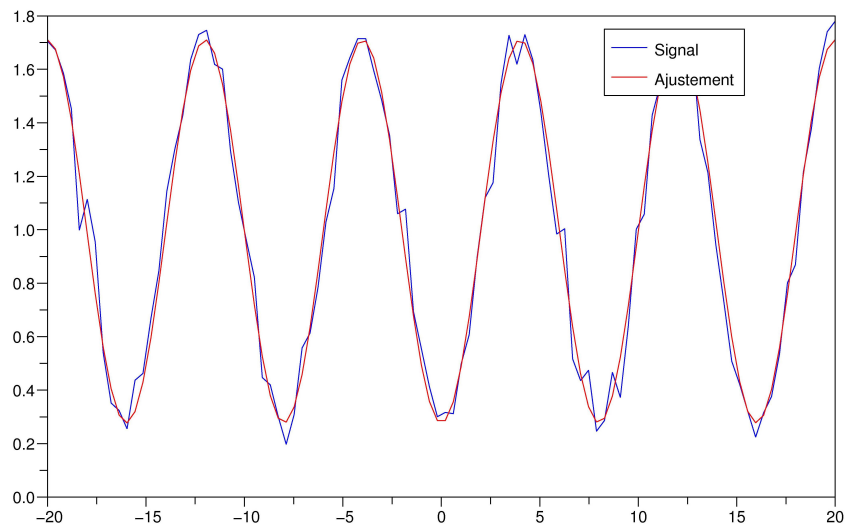


FIG. 36 – Ajustement de l'intensité sur 50 mesures : on prend comme courbe à ajuster la moyenne des 50 différentes courbes obtenues lors des différentes mesures. Longueur d'onde $\lambda_0 = 8\mu m$, amplitude du bruit $s = 1$.

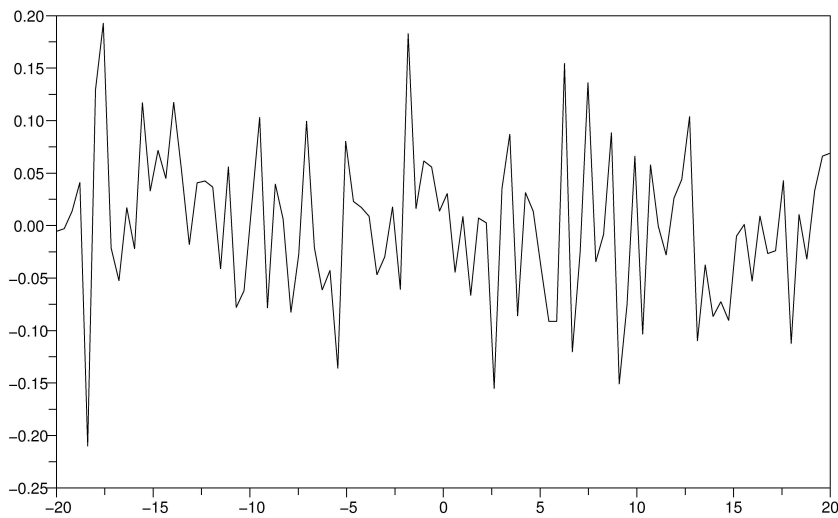


FIG. 37 – Différence entre le signal et la courbe ajustée.

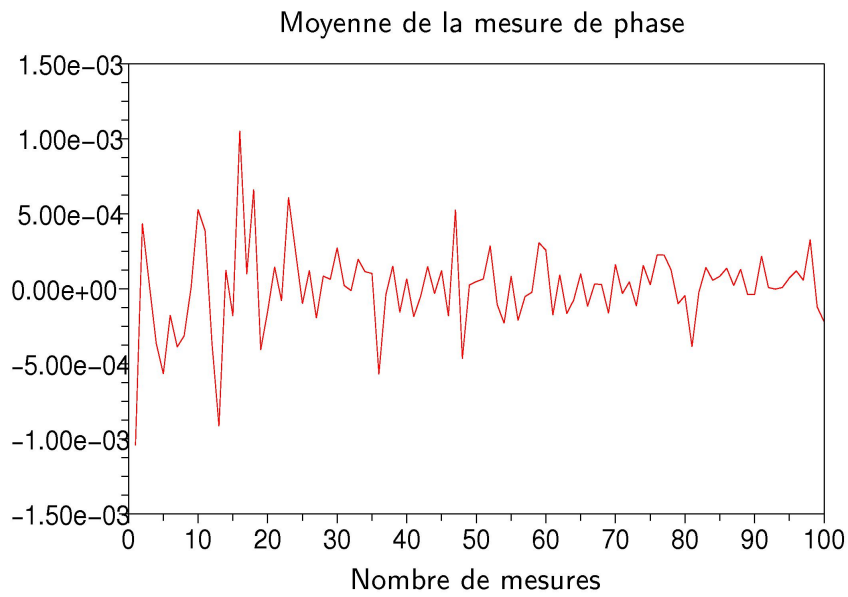
Conséquence sur la phase

FIG. 38 – Moyenne de la phase obtenue avec un bruit aléatoire sur la différence de marche sur 1000 tirages

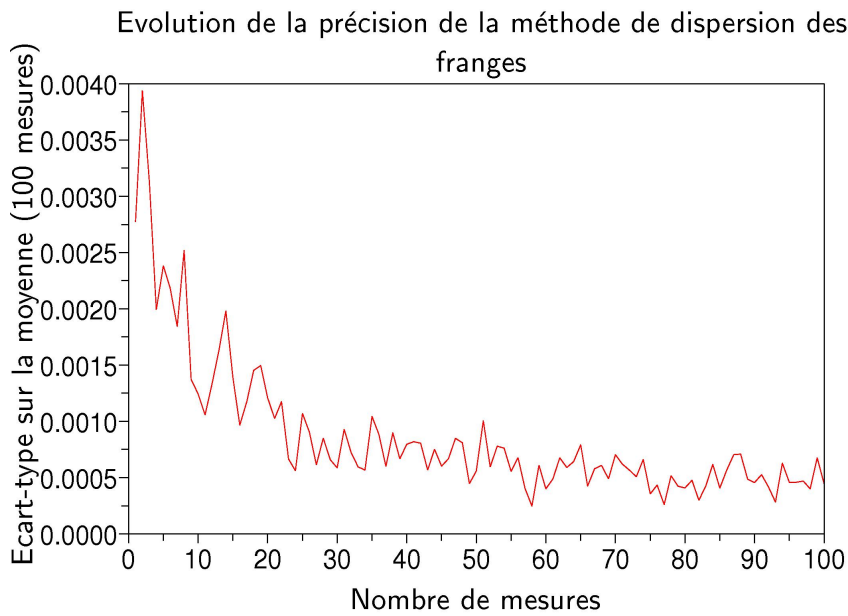


FIG. 39 – Variation de l'écart-type sur la phase en fonction de l'amplitude du bruit : on observe bien comme prévu une dépendance linéaire avec l'amplitude.

Évolution avec le nombre de mesures

On observe la variation de l'écart-type en $\frac{1}{\sqrt{N}}$:

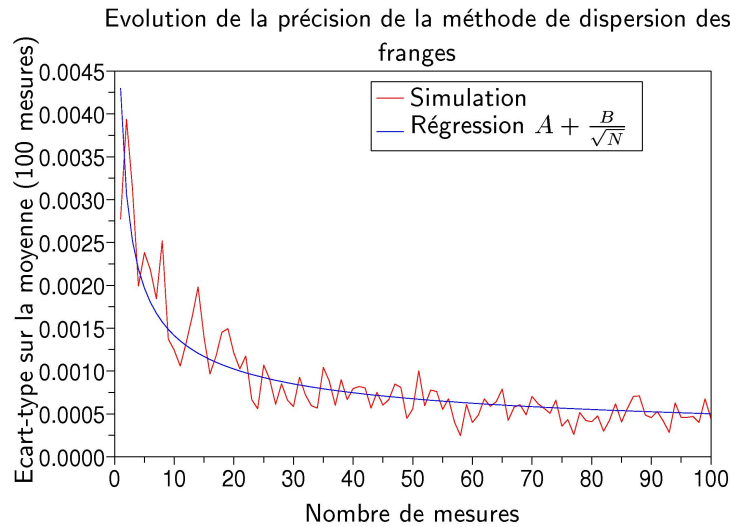


FIG. 40 – Évolution de l'écart-type moyen sur la phase en fonction du nombre de mesures.

5.2 Erreur sinusoïdale

On introduit une erreur sinusoïdale au niveau de la différence de marche (en $ssin(wddm)$) : en réalité, dans les simulations effectuées, on a introduit une phase arbitraire 0.2 et on s'intéresse aux écarts de la phase par rapport à cette phase systématique.

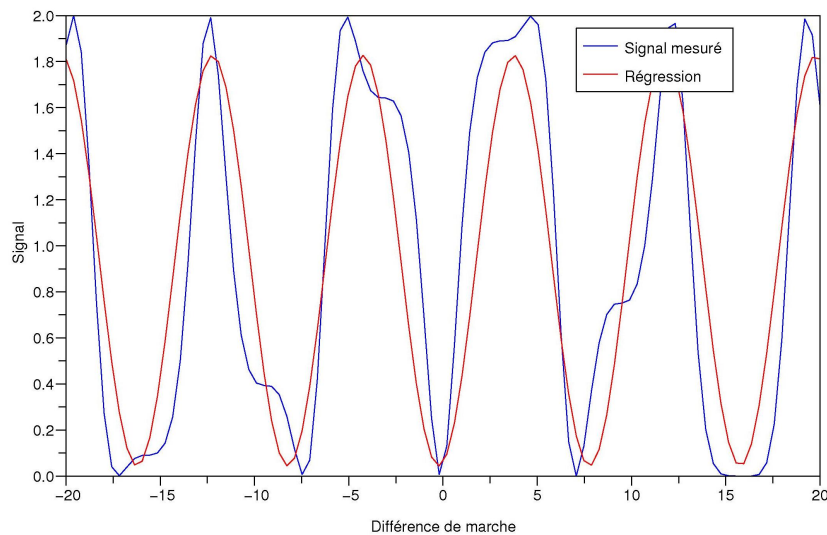


FIG. 41 – Signal mesuré pour une amplitude de la sinusoïde de $1\mu m$ et pour une fréquence $\omega = 1\mu m^{-1}$ et ajustement.

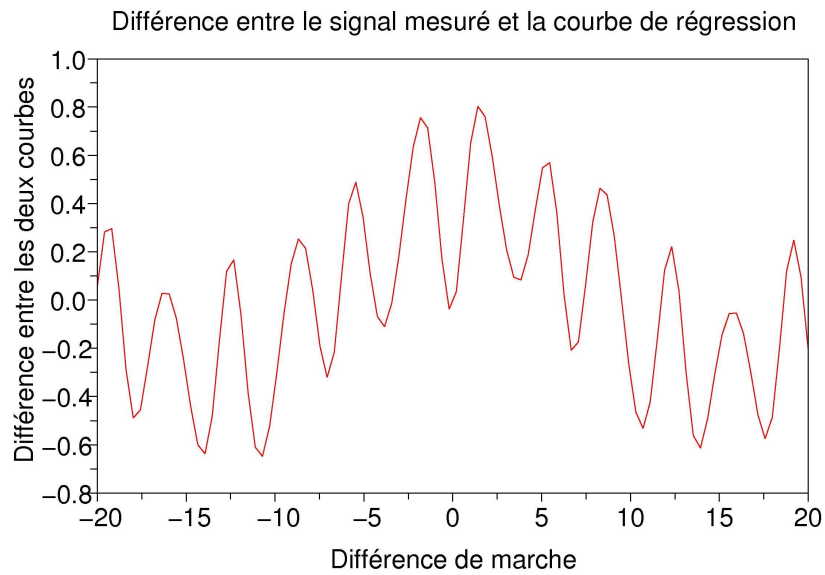


FIG. 42 – Différence entre le signal mesuré et la courbe ajustée.

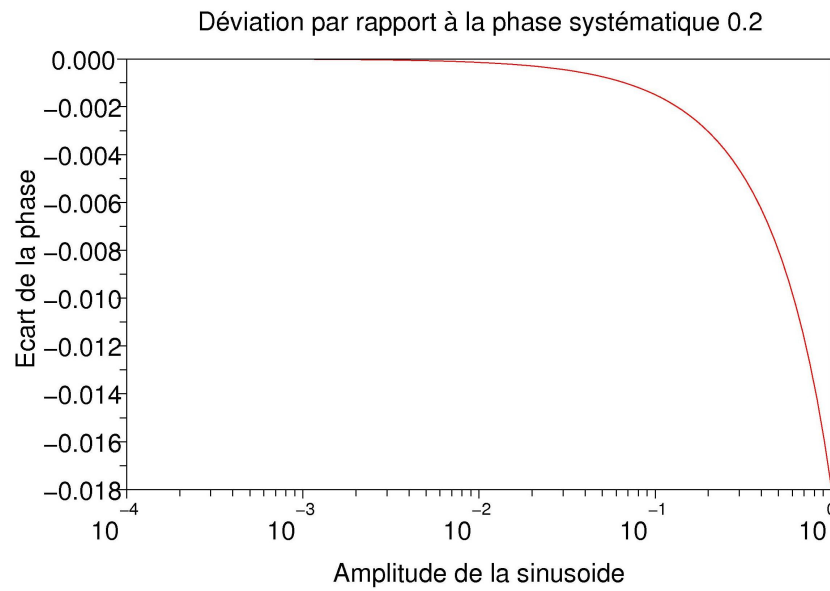


FIG. 43 – Déviation par rapport à la phase systématique en fonction de l'amplitude de la sinusoïde.

En fait, compte tenu du dispositif de précision utilisé pour faire varier la différence de marche, le problème des erreurs sinusoïdales ne se pose pas.